

Weiterentwicklung der Dichte- und Mischungsregulierung forstwirtschaftlich wichtiger Baumarten. Äquivalenz-Koeffizienten und Dichte-Steigerungskoeffizienten für generische waldbauliche Behandlungsalgorithmen^{*)}

(Mit 3 Abbildungen und 3 Tabellen)

HANS PRETZSCH[✉]

(Angenommen November 2019)

DOI-Nummer: 10.23765/afjz2038

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Baumartenmischung; Mischungsanteile; Mischungsregulierung; generische Pflegeprogramme; Durchforstungsalgorithmen; Packungsdichte; Äquivalenz-Koeffizienten; Dichte-Steigerungskoeffizienten.

Tree species mixture; mixing proportions; regulation of mixing proportions; generic silvicultural guidelines; thinning algorithms; packing density; equivalence-coefficients; density-expansion-coefficients.

1. EINLEITUNG

Die Struktur und das Wachstum ungleichaltriger Reinbestände und Mischbestände werden durch zahlreiche neue Untersuchungen immer weiter erhellt (BRAVO-OVIEDO et al., 2018; LIANG et al., 2016). Sie zeigen beispielsweise, dass Mischbestände kaum höher werden als Reinbestände auf gleichem Standort (VALLET und PEROT, 2016; PRETZSCH et al., 2016), aber eine überlegene Stabilität (BAUHUS et al., 2017a; GRIESS und KNOKE, 2011), Zuwachsleistung (JACTEL et al., 2018; TOÏGO et al., 2015) und Bestandesdichte (BRAVO-OVIEDO et al., 2018, pp. 141–144) erreichen können. Aufbauend auf dem zunehmenden Verständnis der Struktur und Dynamik, sollten auch verbesserte Regeln für die Begründung und Behandlung von Rein- und Mischbeständen entwickelt werden (BAUHUS et al., 2017b; PRETZSCH und ZENNER, 2017). Das bessere Verstehen ihrer Strukturen und Funktionen sollte in ein verbessertes Design von Rein- und insbesondere Mischbeständen münden; insbesondere sollten die Grundlagen zur Regulierung der artspezifischen Standflächen und Mischungsspezifischen Bestandesdichten geschaffen werden (DIRNBERGER et al., 2017). Denn erst wenn die Ergebnisse von Mischbestandsuntersuchungen Eingang in Pflegerichtlinien

finden, werden sie praktisch umsetzbar und wirksam. Bisher zumeist normative und qualitativ formulierte Behandlungsprogramme sollten zu quantitativen Ansätzen weiterentwickelt werden. Dann werden sie objektiv, reproduzierbar und für die Versuchssteuerung, die waldbauliche Praxis und den Einbau in Wachstumsmodelle und Simulatoren geeignet (VON GADOW und FÜLDNER, 1995). Mit der vorliegenden Untersuchung soll die Dichte- und Mischungsregulierung forstwirtschaftlich wichtiger Baumarten weiterentwickelt werden.

Die Regulierung der Dichte und der individuellen Standfläche bilden das Fundament der waldbaulichen Behandlung von Waldbeständen. In Reinbeständen werden dafür Soll-Grundflächen (ASSMANN, 1961), Baumzahl-Leitkurven (ABETZ, 1975; BÉGIN et al., 2001; WEETMAN, 2005) oder artspezifische Mindestabstände (JOHANN, 1982) verwendet. Besonders bewährt hat es sich, von dem Niveau der natürlichen, maximalen Dichte (z. B. Grundfläche über Alter oder Baumzahl über Mitteldurchmesser) als Referenz auszugehen (ASSMANN, 1961; FRANZ, 1965; STERBA, 1981; STERBA und MONSERUD, 1993). Eingriffe verschiedener Stärke, Art und Intensität lassen sich dann durch Trajektorien der Stammzahl- oder Grundflächenabsenkung unter dieses natürliche Referenzniveau quantitativ entwickeln und für Pflegeprogramme vorgeben (DÖBBELER und SPELLMANN, 2002; LONG et al., 1985; SCHRÖPFER et al., 2009). Weil sich die natürlichen, maximalen Dichten und Standflächenansprüche von Art zu Art unterscheiden, werden solche Leitkurven für Reinbestände verschiedener Arten jeweils gesondert hergeleitet (NEWTON, 1997; WÖRDEHOFF et al., 2014). Verwickelter wird es in Mischbeständen vor allem aus zwei Gründen. Zum einen werden dort Arten mit verschiedenen Standflächenansprüchen und natürlichen, maximalen Dichten miteinander kombiniert. Zum anderen können Baumartenmischungen die natürliche, maximale Dichte sogar über das Niveau der entsprechenden Reinbestände anheben (PRETZSCH und BIBER, 2016).

Um für Bestände unterschiedlicher Artenkombinationen und Mischungsanteile jeweils eigene Maximal- und Sollkurven zu entwickeln, dürfte in den meisten Einzelfällen das Datenmaterial fehlen. Sehr wohl lassen sich aber die grundlegenden artspezifischen Standflächenansprüche und Dichten verschiedener Arten und auch ihre Dichtesteigerung bei Mischung quantifizieren. Dann lassen sich daraus, von einer Basisart ausgehend,

^{*)} Dem langjährigen Leiter der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt, Herrn Ltd. Forstdirektor Prof. Dr. HERMANN SPELLMANN, zum 65. Geburtstag und zum Eintritt in den Ruhestand gewidmet

[✉] Korrespondierender Autor: Prof. Dr. Dr. h. c. HANS PRETZSCH, Lehrstuhl für Waldwachstumskunde, Wissenschaftszentrum Weihenstephan, Technische Universität München, Hans-Carl-von-Carlowitz-Platz 2, D-85354 Freising, Germany, Tel.: ++49-8161-714710, Fax: ++49-8161-714721. E-mail: Hans.Pretzsch@lrz.tum.de <http://www.wwk.forst.tu-muenchen.de>

die Standflächen und möglichen Dichten anderer Arten im Rein- und Mischbestand errechnen. Werden die art-spezifischen Dichteunterschiede allgemein quantifiziert, so können die Dichten von Reinbeständen verschiedener Arten ineinander umgerechnet werden und die Dichten von Mischbeständen auf eine einheitliche „Währung“ standardisiert werden (z. B. Buchenstandard). So wird es möglich, bei der Dichteregulierung von einer Standardart auszugehen und von dieser auf beliebige Mischungen und Mischungsanteile hochzurechnen. Es kann dann weiter die Dichtesteigerung durch Mischung angeschätzt werden. Diese maximale Dichte lässt sich auf der Grundlage von Äquivalenz-Koeffizienten beliebig in Artenanteile an Baumzahlen oder Standfläche umrechnen. Dem Ansatz liegen die Idee und die Absicht zugrunde, die Dichte und Dichteregulierung so generisch zu formulieren, dass sie sich für Reinbestände verschiedener Arten und Mischbestände als Kontinuum darstellen.

Ziele vorliegender Untersuchung sind (i) die Herleitung artspezifischer Kennwerte für die Bestandesdichte und den Standflächenbedarf wichtiger Baumarten in voll bestockten Reinbeständen. Das erfolgt hier für die Wuchsbedingungen in Süddeutschland. Diese Kennwerte bilden die Basis für die Berechnung von Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten, AKD, mit denen sich die Dichten und Standflächen verschiedener Arten in Reinbeständen miteinander vergleichen, standardisieren und ineinander umrechnen lassen. (ii) Weiter werden auf der Grundlage langfristiger Versuche die Dichten von Mischbeständen mit jenen von Reinbeständen verglichen und daraus Steigerungs-Koeffizienten für die Dichte in Mischung, SKM, abgeleitet. Diese quantifizieren die Zunahme der natürlichen, maximalen Dichte durch Baumartenmischung. (iii) Schließlich wird gezeigt, wie die hergeleiteten Koeffizienten der Dichte-Äquivalenz und Dichte-Steigerung zur Entwicklung generischer Behandlungsalgorithmen beitragen und den Weg zur Entwicklung verallgemeinerter Pflegerichtlinien für Mischbestände ebnen.

2. MATERIAL UND METHODEN

2.1 Material

Für die Charakterisierung der Dichte verschiedener Arten in Reinbeständen, standen langfristige Versuchsflächen in Bayern zur Verfügung, die in der Länge ihrer Beobachtung (seit 1870) und Konsequenz der Versuchsführung (kontinuierlich undurchforstete und nur schwach durchforstete Varianten), einmalig und für die Ableitung von Selbstdurchforstungslinien und Äquivalenz-Koeffizienten bei Vollbestockung, besonders geeignet waren. Für die Nadelbäume wurden für die Douglasie die Versuchsflächen Heigenbrücken 608, Ansbach 609, Kösching 95, Amberg 257, für die Fichte Denklingen 5, Eglharting 72, Weißenburg 613, für die Kiefer Bayreuth 52, Schnaittenbach 58, Flachslanden 79, für die Lärche Rothenbuch 334 und für die Tanne Wolfrauthausen 97 verwendet. Zur Charakterisierung der Laubbäume verwendeten wir für die Buche die Versuchsflächen Mittelsinn 25, Hain 27, Arnstein 638, für die

Esskastanie Laugna 644, für die Kirsche Mellrichstadt 128, Rohrbrunn 626, Bad Brückenau 646, für die Winterlinde Laugna 818, für die Roteiche Freising 86, für die Schwarzerle Wasserburg 642, für die Schwarznuss Neuburg 336, für die Traubeneiche Lohr 59, Rohrbrunn 90, Rohrbrunn 620 und für die Walnuss die Versuchsflächen Münnerstadt 629 und Eltmann 645. Aus Platzgründen können die Versuchsflächen hier nicht im Einzelnen vorgestellt werden; Details zu diesen Versuchen lassen sich u. a. aus KÜSTERS et al. (2004), PRETZSCH et al. (2002, 2010a, 2014) entnehmen.

Die Untersuchung hatte konzeptionellen Charakter und konzentrierte sich zunächst beispielhaft auf die weit verbreiteten Buchen-Mischbestände aus Douglasie/Buche, Eiche/Buche, Fichte/Buche, Fichte/Tanne/Buche, Kiefer/Buche und Lärche/Buche. Für die Mischung Douglasie/Buche standen insgesamt 18 Versuchsflächen in Bayern und Rheinland-Pfalz zur Verfügung. Im Einzelnen handelt es sich um die Versuchsanlagen Walkertshofen 1001, Würzburg 1002, Spessart 1003, Ebersberg 1004, Daun 1005, Hirschwald 1006 und Pfalz 1007. Für Details zu diesen Versuchen siehe THURM und PRETZSCH (2016a und b) und THURM et al. (2017 a und b). Bei den Versuchsflächen für die Mischung Eiche/Buche handelt es sich um die Versuche Dhronen 99, Hochstift 7012202, 7012203, Herborn 480, Schlüchtern 58, Lahnstein 2801, Jossgrund 2507, Schweinfurt 803, Saarforst 1606, Lohr 59, 60, Trier 4122, Rothenbuch 313, 314, 801, Rohrbrunn 620, 635, Soonwald 3901, Ebrach 132, 133, Waldbrunn 105, 106, Bad Mergentheim 86, Kelheim 804 und Main-Tauber 62. Eine Übersicht über die Basisdaten dieser Versuche findet sich u. a. bei PRETZSCH et al. (2013 a und b, 2016, 2018a und b) und PERKINS et al. (2018). Für die Baumartenkombination Fichte/Buche wurden die Versuchsflächen Freising 813, Schongau 814, Denklingen 43, Ehingen 51, Geislingen 76, Zwiesel 111, 134, 135, Mitterteich 101, Dillenburg 91, 92, Zobten 39, Uslar 57, Kupferhütte 11, Wieda 114, Neuenheerse 106, Knobben 44, Oderhaus 47, 49, Westerhof 131, 40, 41, 42, Moorbach 1501 sowie Daun 1206 und 1207 einbezogen. Zur Beschreibung dieser Versuche siehe die Querschnittsauswertung von PRETZSCH et al. (2010b) und LÜPKE und SPELLMANN (1997, 1999). Die Mischung Fichte/Tanne/Buche ist durch die Versuchsflächen Bodemais 130, Freyung 129, Ruhpolding 113, 116, Garmisch-Partenkirchen 115, Marquartstein 108 und Kreuth 120, 122, 123, 124, 824 repräsentiert. Beschrieben sind diese Versuche im Einzelnen bei HILMERS et al. (revised), PRETZSCH (1985), PRETZSCH et al. (2015a). Mischbestände aus Kiefer/Buche standen in Form der Bestände Germany 1033, 1031, 1032, 1071, 1034, 1070 und 1061 aus Querschnittuntersuchungen von PRETZSCH et al. (2015b) und HEYM (2017) sowie aus den Mischbestands-Wuchserien Amberg 833 und Neuburg 841 zur Verfügung (WELLHAUSEN et al., 2017). Für die Mischung Lärche/Buche wurde auf die Versuchsflächen der Arbeiten von DIPPEL (1988), PRETZSCH (1997) und GUERICKE (2001) zurückgegriffen. Von den dort besprochenen Lärchen-Buchen-Flächen 101-112, 201-210, 301-311, 401-409, 501-511 wurde die 34 voll bestockten und unbehandelten oder nur mäßig behandelten Parzellen ausgewählt.

2.2 Methoden

2.2.1 Berechnung artspezifischer Bestandesdichten, Standflächen, Baumabstände und Äquivalenz-Koeffizienten

Die artspezifischen Dichten wurden über zwei gängige Dichtekennwerte quantifiziert. Die relative Dichte $RD = G_{\text{beob}}/d_g^{0,5}$ nach CURTIS (1982), mit der beobachteten Grundfläche, G_{beob} , und dem beobachteten Durchmesser des Grundflächenmittelstammes d_g , sowie der Bestandesdichteindex nach REINEKE (1933) $SDI = N_{\text{beob}} \times (25/d_g)^{-1,605}$ mit der beobachteten Baumzahl, N_{beob} , und dem beobachteten Durchmesser des Grundflächenmittelstammes d_g , sind häufig verwendete Kennwerte der relativen Dichte. Ihr Vorteil gegenüber absoluten Dichtemaßen, wie z.B. der Bestandesgrundfläche oder dem Vorrat, liegt in der Berücksichtigung der altersbedingten Zunahme der absoluten Dichte. Ihre Bezeichnung als „relative“ Dichte bringt zum Ausdruck, dass sie altersbedingte, ontogenetische Änderungen allometrisch eliminieren. Dadurch ergeben sich für junge und alte Bestände die gleichen relativen Dichten im Sinne von Konkurrenz und Wettbewerb um Ressourcen, obwohl die absoluten Grundflächen oder Vorräte verschieden sind. Analog würden Angaben zum absoluten Körpergewicht verschiedener Menschen (in kg) wenig über ihre Verfassung aussagen. Erst wenn zugleich die Körpergröße oder das Alter angegeben werden, und das Körpergewicht in eine Relation zum Alter oder Entwicklungszustand gesetzt werden kann, wird die Gewichtsangabe interpretierbar. Die Indizes RD und SDI berücksichtigen den Entwicklungszustand über den d_g .

Für alle Zustandsaufnahmen der Versuchsflächen wurden zunächst die jeweiligen RD- und SDI-Werte berechnet. Dann wurden über alle Aufnahmen und Versuchsflächen für jede Baumart die Mittelwerte, Minima, Maxima und 95% Perzentile der relativen Dichten bestimmt (siehe RD_{q95} - und SDI_{q95} -Werte in *Tabelle 1*). Die so berechneten RD- und SDI-Werte und ihre 95% Perzentile basieren auf verallgemeinerten Allometrie-Koeffizienten. Im Falle von RD wurde nach Curtis (1982) angenommen, dass $G \propto d_g^{-0,5}$; wegen $N \propto d_g^{-1,5}$ und $N \times d_g \propto d_g^{-1,5} d_g$. Im Falle von SDI wurde nach REINEKE (1933) $N \propto d_g^{-1,605}$ unterstellt. Diese Verallgemeinerungen vernachlässigen damit die u. a. von VON GADOW (1986) oder ZEIDE (1985, 1987) aufgedeckten artspezifische Unterschiede in der Baumzahl-Baumdurchmesser Allometrie.

Um eventuelle artspezifische Unterschiede in der Allometrie aufzudecken, wurde das Modell $\ln(N) = a + b \times \ln(d_g)$ durch 95%-Quantilregressionsrechnungen an die Baumzahl-Stammdurchmesser Daten angepasst. Die geschätzten Regressionskoeffizienten (siehe Koeffizienten a, b in *Tabelle 1*) wurden zur Bestimmung des SDI_{mod} nach $SDI_{\text{mod}} = \exp(a + b \times \ln(25))$ verwendet. Die SDI_{mod} -Werte erbringen stabile artspezifische Kennwerte der maximalen Dichte. Sie geben für jede Art an, wie viele Bäume pro Hektar bei einem Mitteldurchmesser von 25 cm bei voller Bestockung zu erwarten sind. Hier wurde der Mitteldurchmesser von 25 cm als Indext Durchmesser gewählt, weil er sich seit der Einführung des Stand Density Indexes, SDI, von REINEKE (1933) für die

Quantifizierung der Bestandesdichte bewährt hat. Aufgrund ihrer Stabilität sind diese Werte besonders für die Berechnung von Äquivalenz-Koeffizienten z.B. nach dem Ansatz $AKD_{\text{Bu} \rightarrow \text{Art n}} = SDI_{\text{mod, Art n}} / SDI_{\text{mod, Buche}}$ geeignet. Die Buche wurde als Referenz für die Berechnung von Äquivalenz-Koeffizienten der Dichte, AKD, gewählt (siehe *Tabelle 2*), weil sie in vielen der beprobten Gebiete die natürlich dominierende Baumart ist. Außerdem ist die Datengrundlage für die Buche durch viele und regional breit gestreute Versuche besonders solide.

Zur Veranschaulichung der artspezifischen Dichteunterschiede und praktischen Anwendung wurden weiter die entsprechenden artspezifischen mittleren Standflächen und Baumabstände zum nächsten Nachbarn berechnet: Bei N Bäumen pro Hektar beträgt die mittlere Standfläche pro Baum $\bar{a} = 10.000/N$. Der mittlere Abstand zum nächsten Nachbarn \bar{a}_q beträgt bei der Annahme eines Quadratverbands

$$\bar{a}_q = \sqrt{10.000/N}.$$

Die Bäume stehen aber mit fortschreitender Bestandesentwicklung eher im Hexagonalverband ASSMANN (1961, S. 101). Bei diesem beträgt der mittlere Abstand zum nächsten Nachbarn

$$\bar{a}_h = 2 \times \sqrt{(10.000/N)/(2 \times \sqrt{3})}.$$

Denn die Fläche eines Sechsecks (Hexagons) beträgt

$$s_h = r_i^2 \times 2 \times \sqrt{3},$$

wobei r_i der Radius des Innenkreises ist. Aufgelöst nach dem Radius des Innenkreises, der dem halben Abstand eines Baumes zu seinem nächsten Nachbarn entspricht, ergibt sich für den Radius

$$r_i = \sqrt{(10.000/N)/(2 \times \sqrt{3})}$$

und für den Abstand

$$\bar{a}_h = 2 \times \sqrt{(10.000/N)/(2 \times \sqrt{3})}.$$

Gegenüber dem Abstand beim Quadratverband

$$\bar{a}_q = \sqrt{10.000/N}$$

ist der Abstand beim Hexagonalverband

$$\bar{a}_h = 2 \times \sqrt{(10.000/N)/(2 \times \sqrt{3})}$$

um den Faktor 1,0746 größer

$$(\bar{a}_h/\bar{a}_q = 2/\sqrt{2 \times \sqrt{3}} = 1,0746).$$

Die artspezifischen mittleren Standflächen, Baumabstände und Äquivalenz-Koeffizienten sind in *Tabelle 2* zusammengefasst.

2.2.2 Vergleich der standardisierten Dichte von Mischbeständen mit Reinbeständen und daraus resultierende Dichte-Steigerungs-Koeffizienten

Die aus voll bestockten, unbehandelten oder nur schwach durchforsteten Versuchsflächen in Reinbeständen abgeleiteten Äquivalenz-Koeffizienten, AKD, für die Bestandesdichte wurden in einem zweiten Schritt zur

Standardisierung und Berechnung der Dichte von Mischbeständen verwendet. Zu diesem Zweck wurden Versuchsflächen zu Mischbeständen aus Douglasie/Buche, Eiche/Buche, Fichte/Buche, Fichte/Tanne/Buche, Kiefer/Buche und Lärche/Buche ausgewählt. Die Standardisierung der Dichte auf die Buche erfolgte in drei Schritten. Zunächst wurden für die Baumarten in der Mischung gesondert die artspezifischen SDI-Werte berechnet, z. B. $SDI_{1,(2)}$ für die Art 1 und $SDI_{(1),2}$ für die Art 2. Dann erfolgte die Umrechnung der SDI-Werte der Mischbaumarten, also Douglasie, Eiche usw. auf den standardisierten SDI-Wert der Buche, SDI_{Bu} , über die entsprechenden artspezifischen Äquivalenz-Koeffizienten nach $SDI_{Bu} = SDI_{(Bu), Art2} / AKD_{Bu \rightarrow Art2}$. Hier und in folgenden Formeln wird durch die Unterstreichung des Artenindex angezeigt, auf welche Baumart die Bestandesdichte standardisiert wurde. In den hiesigen Beispielen wurde immer auf die Baumart Buche standardisiert, was durch die Unterstreichung des Artenindex in $SDI_{\underline{Bu}}$ zum Ausdruck kommt.

Nach dieser Standardisierung können die SDI-Werte des Buchenanteils und die standardisierten Werte der Mischbaumart addiert werden. Sie erbringen die auf die Baumart Buche standardisierte Dichte der jeweiligen Mischbestände. Das schafft die Grundlage für den Vergleich der Dichte der Mischbestände mit der Dichte der Buche über Dichte-Steigerungs-Koeffizienten SKM, die folgendermaßen berechnet werden $SKM_{Burein \rightarrow Bumisch} = SDI_{misch} / SDI_{rein}$, d. h. $SDI_{misch} = SDI_{rein} \times SKD_{Burein \rightarrow Bumisch}$.

Tabelle 3 zeigt die mittleren SDI-Werte der Misch- und Reinbestände im Vergleich, prüft ihre eventuellen Unterschiede mit dem t-test und zeigt die Quotienten SKM, die als Dichte-Steigerungs-Koeffizienten für Mischung bezeichnet werden.

2.2.3 Verwendung der Äquivalenz-Koeffizienten und Dichtefaktoren für die Dichteregulierung in Mischbeständen

Die Äquivalenz-Koeffizienten für die Bestandesdichte und die Koeffizienten für die Dichtesteigerung durch Mischung, dienen Vergleichen zwischen Baumarten, Vergleichen zwischen Rein- und Mischbeständen aber vor allem einer übergreifenden Dichte- und Mischungsregulierung in der Praxis und in Modellen. Die letztgenannte Verwendung wird in Abschnitt 3.3 am Beispiel der Dichte- und Mischungsregulierung in Fichten-Buchen-Mischbeständen beispielhaft skizziert.

Eine geeignete Referenz für die Ableitung von Szenarien der Dichte und Mischungsregulierung bildet die maximale Dichte einer Referenzbaumart. Beim hiesigen konzeptionellen Ansatz wählten wir als Beispiel den Buchen-Reinbestand als Referenz und leiteten für verschiedene Buchen-Mischungen Skalierungskoeffizienten ab. Für die Buche kann als Referenzkurve der maximalen natürlichen Dichte die Abnahme der Baumzahl mit zunehmendem Stammdurchmesser mit einer Steigung von $\alpha_{N,dg} = -1,88$ und ein intercept von 12,59 (also $N = e^{12,59} \times d_g^{-1,88}$) angenommen werden (vgl. Tabelle 1). Das entspricht bei einem Mitteldurchmesser von 25 cm einem SDI = 687. Ausgehend von den $\ln(N) - \ln(d_g)$ Linien können durch Multiplikation der linken

Seite der Gleichungen mit $d_g^2 \times \pi/4/10.000$ die G-dg-Kurven abgeleitet werden $G = N \times d_g^2 \times \pi/4/10.000$.

Sie zeigen die maximale Grundfläche in Abhängigkeit des Mitteldurchmessers als proxy der Bestandesentwicklungsphase an. So können die geläufigeren Grundflächen-Mitteldurchmesser-Beziehungen und, durch Anwendung von allometrischen h-d Relationen, auch N-h bzw. G-h-Beziehungen abgeleitet werden.

Von den $\ln(N) - \ln(d_g)$ Beziehungen für einen voll bestockten Buchen-Reinbestand als Ausgangsbasis, können über die Äquivalenz-Koeffizienten für die Dichte die $\ln(N) - \ln(d_g)$ und entsprechenden G-dg-Kurven für beliebige andere Baumarten abgeleitet werden. Die entsprechenden Baumzahlen ergeben sich einfach durch Multiplikation der entsprechenden Referenzwerte mit den AKD-Werten. Angenommen die Baumzahl der Buche im Reinbestand beträgt auf einem gegebenen Standort pro Hektar $N_{\underline{Bu}}$ (die Baumart Buche wurde hier als Referenzbaumart gewählt und deshalb unterstrichen). Dann kann, von dieser Referenz ausgehend, die entsprechende Baumzahl der Fichte berechnet werden $N_{Fi} = N_{\underline{Bu}} \times AKD_{Bu \rightarrow Fi}$ (laut Tabelle 2 ist $AKD_{Bu \rightarrow Fi}$ der Faktor, mit dem die Dichte der Buche multipliziert werden muss, um die Dichte der Fichte zu erhalten $AKD_{Bu \rightarrow Fi} = 1,74$).

Die Berechnung der möglichen Baumzahlen im Mischbestand ist etwas komplizierter. In der Mischung können zum einen die Packungsdichten höher sein (Steigerungs-Koeffizient der Dichte, SKM). Zum anderen hängen die möglichen Baumzahlen von den Mischungsanteilen der kombinierten Arten (von den baumzahl- oder flächenbezogenen Mischungsanteilen, mn bzw. mf) und ihren Größenproportionen ab (Äquivalenz-Koeffizient für Dichte bzw. Standflächenbedarf, AKD) ab. Um zu den Baumzahlen im Mischbestand zu gelangen, wird zunächst die Referenzbaumzahl der Buche im Reinbestand auf die erhöhte Dichte im Mischbestand angehoben; das geschieht durch Multiplikation mit SKM ($N_{Bumisch} = N_{\underline{Bu}} \times SKM_{FiBu}$). Anschließend können nach den Formel (1) bis (3) die Baumzahlen für Fichte ($N_{Fi,(Bu)}$), Buche ($N_{(Fi),Bu}$) und Fichte und Buche zusammen ($N_{Fi,Bu}$), insgesamt in Abhängigkeit von SKM, AKD und den Mischungsanteilen von Fichte und Buche berechnet werden.

Formel (1)

$$N_{Fi,(Bu)} = N_{\underline{Bu}} \times SKM_{FiBu} \times (1/AKD_{Bu \rightarrow Fi} + 1/mn_{Fi})^{-1}$$

Formel (2)

$$N_{(Fi),Bu} = N_{\underline{Bu}} \times SKM_{FiBu} \times (1/(AKD_{Bu \rightarrow Fi} \times mn_{Bu}) - 1/AKD_{Bu \rightarrow Fi} + 1)^{-1}$$

Formel (3)

$$N_{Fi,Bu} = N_{\underline{Bu}} \times SKM_{FiBu} \times \left((1/AKD_{Bu \rightarrow Fi} + 1/mn_{Fi} - 1)^{-1} + (1/(AKD_{Bu \rightarrow Fi} \times mn_{Bu}) - 1/AKD_{Bu \rightarrow Fi} + 1)^{-1} \right)$$

Zur Ableitung von Formel (1) kann von $N_{\underline{Bu}} \times SKM_{FiBu} = N_{(Fi),Bu} + N_{Fi,(Bu)}/AKD_{Bu \rightarrow Fi}$ und $mn_{Fi} = N_{Fi,(Bu)}/N_{Fi,(Bu)} + N_{(Fi),Bu}$ ausgegangen werden. Durch Umformung und Auflösung nach $N_{Fi,(Bu)}$ ergibt sich For-

mel (1). Analog ergibt sich Formel (2) durch Umformung und Auflösung nach $N_{(Fi),Bu}$. Formel (3) ist die Summe von Formel (1) und (2) und gibt die gesamte Baumzahl des Mischbestandes in Abhängigkeit von der Referenzbaumzahl der Buche, den Koeffizienten für Dichte-Äquivalenz und Dichte-Steigerung, und den Mischungsanteilen an.

Wird ein gewünschter standflächenbezogener Mischungsanteil vorgegeben, so können die Formeln (4) bis (6) zur Bestimmung der Baumzahlen dienen.

Formel (4)

$$N_{Fi,(Bu)} = N_{Bu} \times SKM_{FiBu} \times mf_{Fi}$$

Formel (5)

$$N_{Fi,(Bu)} = N_{Bu} \times SKM_{FiBu} \times mf_{Fi}$$

Formel (6)

$$N_{Fi,Bu} = N_{Bu} \times SKM_{FiBu} \times (mf_{Fi} \times AKD_{Bu \rightarrow Fi} + mf_{Bu})$$

Für die Ableitung der Formeln (4) bis (6) kann von $N_{Bu} \times SKM_{FiBu} = N_{(Fi),Bu} + N_{Fi,(Bu)} / AKD_{Bu \rightarrow Fi}$ und $mf_{Fi} = N_{Fi,(Bu)} / AKD_{Bu \rightarrow Fi} / (N_{Fi,(Bu)} / AKD_{Bu \rightarrow Fi} + N_{(Fi),Bu})$ ausgegangen werden. Die Umformung und Auflösung nach $N_{Fi,(Bu)}$ erbringt Formel (4). Die Auflösung nach $N_{(Fi),Bu}$ erbringt Formel (5) und die Gesamtzahl an Bäumen im Mischbestand ist die Summe in Formel (6).

Ausgehend von Maximalwerten der Baumzahl oder Grundfläche, können auch beliebige Szenarien der Dichteabsenkung abgeleitet werden. Beispielsweise kann die Baumzahl im Entwicklungsstadium von $d_g = 15-35$ cm zeitweise zur Wuchsbeschleunigung der verbleibenden Bäume auf die Hälfte der maximalen Dichte abgesenkt werden. Basierend auf den Formeln (1) – (3) lassen sich dann die Baumzahlen und Grundflächen für beide Arten und für beliebige Mischungsanteile (im Beispiel in Abschnitt 3.3 Mischungsanteile Fichte: Buche wie 70:30) berechnen. Das kann z. B. durch eine Serie von Multiplikatoren erfolgen, die die Dichte von d-Stufe 5 cm zu d-Stufe 100 cm regulieren auf 0,8, 0,8, 0,75, 0,7, 0,6, 0,5, 0,48, 0,52, 0,58, 0,65, 0,70, 0,73, 0,75 usw. bis 100 cm auf Niveau 0,75. Die Multiplikatoren geben an, auf welches Niveau (im Vergleich zur maximalen Dichte (Referenz = 1.0)) die Dichte eines Bestandes abgesenkt wird. Beispielsweise bedeutet ein Multiplikator von 0.80 eine Dichteabsenkung (im Vergleich zur maximalen Dichte) um 20% auf 0.80. Die Multiplikatoren dienen der Dichteregulation auf quantitativer Grundlage. Für Szenarioanalysen und die Entwicklung von Behandlungsprogrammen werden sie normativ gewählt, variiert und in ihren Auswirkungen auf das Wachstum und die Struktur der simulierten Bestände erprobt. Bewährte Szenarien der Dichteabsenkung können letztlich in Behandlungsprogramme einfließen; sie geben dann die Sollwerte vor, auf die Bestände zur Erreichung eines gewünschten Wirtschaftsziels eingestellt werden sollen. Die Dichteregulierung über Multiplikatoren kann artübergreifend oder artspezifisch erfolgen. Sie kann bei der Implementierung in Simulatoren auch durch Dichte-Reduktionsfunktionen festgelegt werden, die die Dichteabsenkung in Abhängigkeit von der Oberhöhe oder dem Bestandesalter beschreiben.

2.2.4 Statistische Auswertungen

Alle Auswertungen wurden mit R 3.4.1 und hier insbesondere mit dem Paket nlme ausgeführt (PINHEIRO et al., 2017).

3. ERGEBNISSE

3.1 Artspezifische Bestandesdichten, Standflächen, Baumabstände und Äquivalenz-Koeffizienten

Zwischen den Arten bestehen Unterschiede in der Dichte, repräsentiert durch RD_{q95} und SDI_{q95} , in den Koeffizienten der Selbstdurchforstungslinien, a und b, und den aus den artspezifischen Selbstdurchforstungslinien abgegriffenen SDI-Werten, SDI_{mod} (Tabelle 1). In der Tabelle sind die Arten nach aufsteigenden SDI_{mod}-Werten geordnet; besonders geringe Dichten zeigt die Schwarznuss, besonders hohe die Fichte und Kiefer. Die Buche liegt etwa in der Mitte. Die RD_{q95} -Werte liegen zwischen 2,48 und 11,69 (Mittelwert $RD_{q95} = 5,88$), die SDI_{q95} -Werte zwischen 266 und 1.191 (Mittelwert $SDI_{q95} = 599$). Definitionsgemäß gibt der SDI nach Reineke (1933) die Baumzahlen (ha^{-1}) bei einem Durchmesser des Grundflächenmittelstammes von 25 cm an. Der RD-Wert nach CURTIS (1982) repräsentiert die Bestandesgrundfläche ($m^2 \times ha^{-1}$) bei einem Durchmesser des Grundflächenmittelstammes von 1 cm. Für die y-Achsenabschnitte und die Steigungen der Selbstdurchforstungslinie ergaben sich Werte zwischen $a = 8,55-13,94$ (Mittelwert $a = 11,19$), bzw. $b = -2,23$ bis $-0,74$ (Mittelwert $b = -1,46$). Die aus den Quantilregressionen abgegriffenen SDI_{mod} -Werte liegen zwischen 232 und 1.195 (Mittelwert $SDI_{mod} = 701$). Die SDI_{mod} -Werte in Tabelle 1 wurden der Berechnung der Standflächen, Abstände und Äquivalenz-Koeffizienten in Tabelle 2 zugrunde gelegt.

Der Dichteindex, RD, von Curtis (1982) ist verbreitet zur Charakterisierung und Regulierung der Bestandesdichte (Kotze und du Toit 2012). Allerdings ist er ein relativer Dichteindex, der nicht ohne weiteres von einer Baumart auf die andere übertragen werden kann. Tabelle 1 zeigt, dass die RD-Werte je nach Baumart zwischen 2,48–11,69 liegen können, wobei die niedrigsten Werte die Schwarznuss, und die höchsten Werte die Fichte erreicht. Nach hiesigem Wissenstand vermittelt Tabelle 1 erstmals eine Übersicht über die Ausprägung der RD-Werte und ermöglicht einen Vergleich der Baumarten. Gleichzeitig unterstreicht Tabelle 1, dass RD nicht einfach über verschiedene Arten hinweg angewendet werden sollte. Selbst innerhalb der Koniferen variieren die Werte zwischen $RD = 6,08-8,91$ (Tanne bzw. Douglasie) und bei Laubbäumen zwischen $RD = 2,48-6,49$ (Schwarznuss bzw. Buche).

Nach den Ergebnissen der 95% Quantilregressionen (Abbildung 1) unterscheiden sich die $\ln(N)-\ln(d_g)$ Beziehungen der 14 Baumarten in ihren Allometrikoeffizienten (Steigung b) aber vor allem in der Höhenlage (y-Achsenabschnitt a). Die Zahlen am rechten Rand der Grafik zeigen (von oben nach unten) die Rangfolge der Baumarten bezüglich der Baumzahl pro Hektar bei einem Mitteldurchmesser von $d_g = 100$ cm. Die Linien wurden

Tab. 1

Artspezifische Charakteristika der Bestandesdichte, Selbstdurchforstungslinien und daraus abgegriffenen SDI-Werte für Reinbestände in Deutschland.
RD_{q95}, relative Dichte nach CURTIS (1982), direkt berechnet als 95% Perzentil aller Beobachtungswerte der jeweiligen Baumart; **SDI_{q95}**, Bestandesdichteindex nach REINEKE (1933), direkt berechnet als 95% Perzentil aller Beobachtungswerte der jeweiligen Baumart; **y-Achsenabschnitt und Steigung der Selbstdurchforstungslinie**, berechnet über **95%-Quantilregressionen $\ln(N) = a + b \times \ln(d_g)$** ; **SDI_{mod}**, Baumzahl N, die sich aus den **95% Quantil-Regressionsgleichungen $\ln(N) = a + b \times \ln(d_g)$** durch Einsetzen von $d_g = 25$ cm ergibt.

Species-specific characteristics of the stand density, self-thinning lines and SDI values for mono-specific stands in Germany.
RD_{q95}, relative stand density according to CURTIS (1982), directly calculated as the 95% percentile of all observed density records of the respective species; **SDI_{q95}**, stand density index by REINEKE (1933), directly calculated as the 95% percentile of all observed density records of the respective species; **intercept a and slope b of the self-thinning line calculated as 95% quantile regression $\ln(N) = a + b \times \ln(d_q)$** ; **SDI_{mod}** represents the tree number N per hectare that results from insertion of $d_q = 25$ cm into the 95% quantile regression $\ln(N) = a + b \times \ln(d_g)$.

Baumart	RDq95	SDIq95	y-Achsen- abschnitt a	Steigung b	SDI _{mod}
Schwarznuß	2,48	266,17	9,13	-1,15	232
Linde	4,97	523,26	8,55	-0,76	457
Schwarzzerle	4,78	492,27	10,99	-1,48	501
Kirsche	3,32	321,76	9,96	-1,16	514
Eiche	5,73	579,39	11,95	-1,74	579
Roteiche	5,50	598,85	11,76	-1,65	621
Buche	6,49	664,54	12,59	-1,88	687
Kiefer	7,37	724,30	12,39	-1,82	695
Esskast.	3,58	336,03	8,90	-0,70	780
E. Lärche	7,18	736,02	13,75	-2,20	788
Walnuß	4,27	395,01	9,96	-1,00	843
Tanne	6,09	647,98	13,94	-2,23	878
Douglasie	8,91	907,68	10,43	-1,08	1041
Fichte	11,69	1.191,04	12,36	-1,64	1195
min	2,48	266	8,55	-2,23	232
max	11,69	1.191	13,94	-0,70	1.195
mittel	5,88	599	11,19	-1,46	701

hier zur besseren Visualisierung und Numeration der Arten bis zum Mitteldurchmesser von 100 cm ausgezogen; in der forstlichen Praxis bilden so große Mitteldurchmesser eher die Ausnahme.

Die bei $d_g = 25$ cm eingezeichnete vertikale Linie zeigt den Mitteldurchmesser an, für den die Baumzahl aus den Regressionen abgegriffen wurde, um die SDI_{mod}-Werte zu erhalten (vgl. *Tabelle 1* und *2*). Hier liegen die Selbstdurchforstungslinien relativ eng zusammen. Der Durchmesser um $d_g = 25$ cm repräsentiert zugleich eine Entwicklungsphase von Beständen, in der Durchforstungen besonders wirksam und quantitative Sollkurven für die Dichteregulierung besonders nützlich sind. Die Rangfolge der SDI_{mod}-Werte von der Schwarznuß mit SDI_{mod} = 232 (Bäume ha⁻¹) bis zu der Fichte mit

SDI_{mod} = 1195 (Bäume ha⁻¹) bezieht sich auf den Indexdurchmesser von $d_g = 25$ cm. Die sich aus den in *Abbildung 1* (rechts) eingetragenen Nummern ergebende Rangfolge der Arten bei einem Mitteldurchmesser von $d_g = 100$ cm weicht aufgrund der artspezifischen Steigungen natürlich von der Rangfolge bei $d_g = 25$ cm ab. Abgesehen von einigen Arten, für die ein nur sehr begrenzter Datensatz und deshalb auch nur vorläufige Steigungs-, Lage- und Dichte-Koeffizienten vorlagen, schwanken die Steigungen b aber in einem nur relativ engen Rahmen um -1,50.

Die in *Tabelle 1* numerisch angegebenen Ergebnisse der 95% Quantilregression (y-Achsenabschnitt a, Steigung b und abgegriffene SDI_{mod}-Werte) wurden in *Abbildung 1* visualisiert. Demnach weisen Schwarznuß, Lin-

de und Erle besonders niedrige SDI-Werte auf. Das ist gleichbedeutend mit einem hohen Standflächenbedarf und weiten Baumabständen. Die Baumarten Tanne, Douglasie und Fichte können dagegen besonders dicht gepackt erwachsen. Die Buche steht bei diesem Ranking nach Dichte und Standflächenansprüchen etwa in der Mitte.

Die Äquivalenz-Koeffizienten für die Umrechnung des Standflächenbedarfs zwischen verschiedenen Arten gründen auf den Ergebnissen der 95% Quantilregression (vgl. Regressionskoeffizienten in *Tabelle 1*). Im Unterschied zum Mittelwert der beobachteten SDI-Werte oder der direkten Berechnung der Quantile aus den Beobachtungswerten SDI_{q95} , wurden die SDI_{mod} -Werte regres-

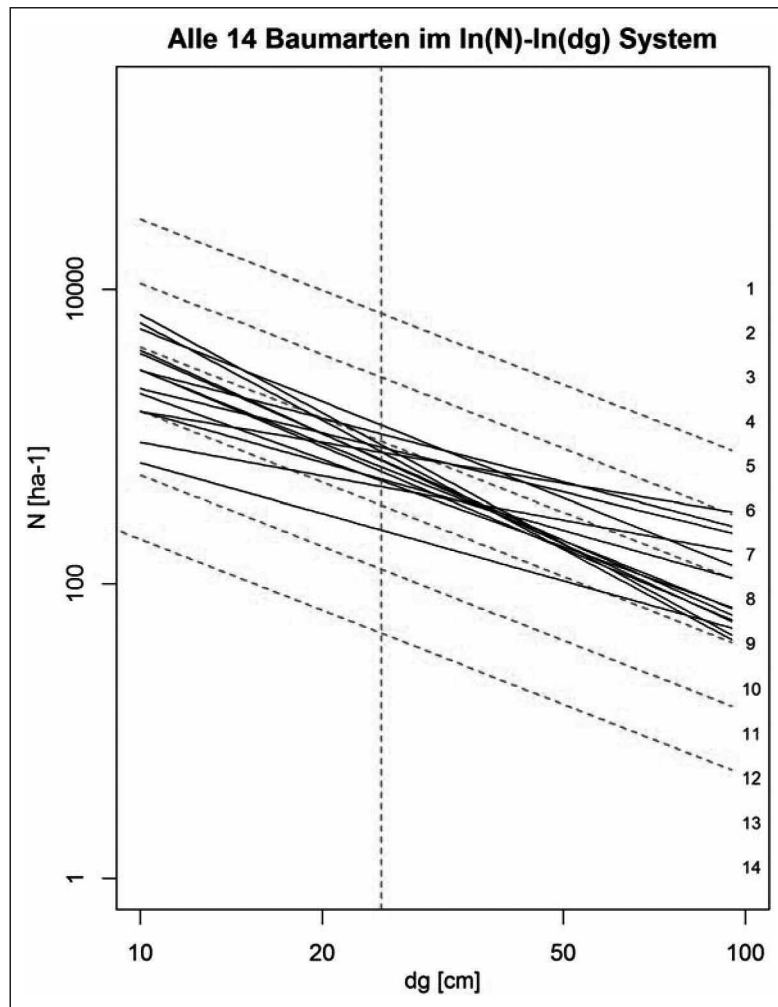


Abb. 1

Ergebnisse der 95% Quantilregressionen für den Zusammenhang zwischen Baumzahl pro Hektar und Mitteldurchmesser für 14 ausgewählte Baumarten. Die Analysen basieren auf voll bestockten, undurchforsteten oder nur schwach durchforsteten Versuchsflächen in Reinbeständen. Die Zahlen am rechten Rand der Grafik repräsentieren die Rangfolge der Höhenlage der Geraden der verschiedenen Baumarten bei $d_g = 100$ cm. Sie beziehen sich von oben nach unten auf: 1 Esskastanie, 2 Douglasie, 3 Walnuss, 4 Winterlinde, 5 Fichte, 6 Kirsche, 7 Schwarzerle, 8 Roteiche, 9 Kiefer, 10 Traubeneiche, 11 Buche, 12 Schwarznuss, 13 Weißtanne und 14 E. Lärche.

Visualization of the 75% quantil regression analyses of the relationship between tree number per hectare, and quadratic mean diameter of pure stands of 14 common tree species. The analyses are based on fully stocked, unthinned or just slightly thinned experimental plots. The numbers at the right margin represent (from above to below) the ranking of the level of the self-thinning line at the mean diameter of $d_g = 100$ cm: 1 European chestnut, 2 Douglas-fir, 3 European walnut, 4 lime tree, 5 Norway spruce, 6 cherry tree, 7 black alder, 8 red oak, 9 Scots pine, 10 sessile oak, 11 European beech, 12 black walnut, 13 silver fir, and 14 European larch.

Tab. 2

Bestandesdichte, mittlere Standfläche pro Baum, mittlerer Abstand zwischen den Bäumen und Äquivalenz-Koeffizienten in Relation zur Buche (1,00) zwischen ausgewählten Baumarten für Reinbestände in Deutschland.

**SDI_{mod} berechnet über Quantilregression, siehe Abschnitt 2.2; die mittlere Standfläche ergibt sich aus 10.000/SDI_{mod}; der mittlere Abstand unter der Annahme eines Hexagonalverbandes, siehe Abschnitt 2.3; Dichte-Äquivalenzkoeffizient, AKD, als Quotient aus dem SDI einer Baumart n im Reinbestand und der Buche im Reinbestand (SDI_{Art n}/SDI_{Buche}).
Stand density, mean growing area per tree, mean tree-to-tree distance and density-equivalence coefficients in relation to European beech (1.00) for common tree species in Germany.
SDI_{mod} calculated by quantile regression, see section 2.2; mean growing area per tree results from 10.000/SDI_{mod}; mean tree-to-tree distance calculated for hexagonal tree distribution pattern, see section 2.2; density-equivalence-coefficients. AKD, as ratio between SDI of a tree species n in the mono-specific stand and SDI of European beech in mono-specific stand (SDI_{species n}/SDI_{beech}).**

Baumart	SDI _{mod} ha ⁻¹	mitt. Stand- fläche/Baum m ²	mitt. Abstand m	Äquivalenz- Koeffizient, AKD SDI _n /SDI _{Buche}
Schwarznuß	232	43,11	7,06	0,34
Linde	457	21,90	5,03	0,66
Schwarzerle	501	19,96	4,80	0,73
Kirsche	514	19,46	4,74	0,75
Traubeneiche	579	17,28	4,47	0,84
Roteiche	621	16,11	4,31	0,90
Buche	687	14,56	4,10	1,00
Kiefer	695	14,39	4,08	1,01
Esskastanie	780	12,82	3,85	1,14
E. Lärche	788	12,69	3,83	1,15
Walnuß	843	11,86	3,70	1,23
Tanne	878	11,39	3,63	1,28
Douglasie	1.041	9,61	3,33	1,52
Fichte	1.195	8,37	3,11	1,74

sionsanalytisch hergeleitet. Sie sind deshalb weniger anfällig für Ausreißer oder eine Überrepräsentation hoher SDI-Werte in einigen Durchmesserbereichen. Beispielsweise sind sie weniger anfällig für besonders hohe SDI-Werte in Jungbeständen. Denn in die Quantilregression gehen die oberen Baumzahlen aller Durch-

messerbereiche ein. Zur Berechnung der Äquivalenz-Koeffizienten wurden die SDI_{mod}-Werte der Buche im Reinbestand als Referenz verwendet, die Werte der anderen Baumarten wurden auf diese Weise standardisiert (Tabelle 2). Dadurch entstehen Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten, AKD, für den Vergleich der Dichte ver-

Tab. 3

Vergleich der auf die Buche standardisierten SDI-Werte ausgewählter Mischbestände mit den SDI-Werten von Buchen-Reinbeständen. Die SDI-Werte repräsentieren die Dichte voll bestockter, unbehandelter oder nur schwach behandelter Versuchsflächen in Deutschland.

SDI values of mixed-species stands standardized on European beech compared with SDI values of European beech monocultures. The SDI values present the density of fully stocked, unthinned or just slightly thinned long-term experiments in Germany.

Baumartenmischung	SDI _{Bu}			Buchenreinbestand			Relation misch vs rein	
	n	Mittel	SE	n	Mittel	SE	p-Wert	SKM
Douglasie/Buche	18	745	± 85	114	574	± 16	< 0,001	1,30
Eiche/Buche	169	687	± 7	114	574	± 16	< 0,001	1,20
Fichte/Buche	100	702	± 11	114	574	± 16	< 0,001	1,22
Fichte/Tanne/Buche	76	634	± 14	114	574	± 16	< 0,01	1,11
Kiefer/Buche	32	819	± 44	114	574	± 16	< 0,001	1,43
Lärche/Buche	34	677	± 12	114	574	± 16	< 0,001	1,18

schiedener Baumarten, die Standardisierung und die Umrechnung zwischen verschiedenen Baumarten. Die Baumzahl der Schwarznuss sollte also beispielsweise durch $AKD=0,34$ geteilt werden, um die Baumzahlen zu erhalten, die Buchenbestände mit dem identischen Dichteindex haben; bei identischem Dichteindex ist die Baumzahl in voll bestockten Buchenbeständen also etwa 3mal so hoch wie jene in Schwarznussbeständen. Die Baumzahl der Fichte sollte dagegen durch $AKD=1,74$ geteilt werden, um die analoge Anzahl von Buchen zu erhalten; bei identischem Dichteindex passen bei Vollbestockung also nur etwa halb so viele Buchen wie Fichten auf eine Bestandesfläche. Für die Standflächen und Baumabstände ergeben sich reziproke Relationen. Die Schwarznuss verbraucht etwa 3mal so viel Standfläche wie die Buche, die Fichte nur etwa die Hälfte. Zur Berechnung von Flächenanteilen in Buchen-Mischbeständen sollten die Baumzahlen von Schwarznuss demnach durch 0,34, jene von Fichte durch 1,74 geteilt werden, um sie mit den Flächenanteilen der Buche vergleichbar zu machen. Andersherum werden die Baumzahlen der Buche mit 0,34 bzw. 1,71 multipliziert, um die Baumzahlen der Schwarznuss bzw. Fichte pro Hektar abzuschätzen.

3.2 Vergleich der standardisierten Dichte von Mischbeständen mit Reinbeständen und Dichte-Steigerungs-Koeffizienten

Für sechs Ausprägungen von Buchen-Mischbeständen wurden die artspezifischen SDI-Werte berechnet, über die im vorherigen Abschnitt eingeführten Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten standardisiert und mit der Dichte von Buchenreinbeständen verglichen (Tabelle 3). Für einige Baumarten standen nur wenige Versuchsfelder zur Ableitung der a- und b-Koeffizienten der Selbstdurchforstungslinie und Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten zur Verfügung (z. B. Esskastanie, Schwarznuss, Walnuss). Deshalb wurden die Ergebnisse in diesem Abschnitt nur auf Buchenbestände mit Beimischung von Arten angewendet, die schon jetzt solide mit Daten untermauert sind (z. B. Eiche, Kiefer, Fichte, Douglasie). Die in die Auswertung einbezogenen Mischbestände repräsentieren ebenso wie die Reinbestände voll bestockte, undurchforstete oder nur schwach durchforstete Bestände, die nahe der maximalen Dichte sind. Beide Gruppen repräsentieren gute bis sehr gute Wuchsbedingungen in Deutschland. Die Dichte ist in den Mischbeständen durchweg signifikant höher als in den Reinbeständen (Tabelle 3). Besonders deutlich ist die Dichte-Steigerung bei physiologisch komplementären Artenkombinationen wie Kiefer/Buche und Douglasie/Buche. Weniger deutlich fällt die Dichte-Steigerung bei den Artenkombinationen Fichte/Buche und Fichte/Tanne/Buche aus. Als Dichte-Steigerungs-Koeffizienten bei Mischung, SKM, ergeben sich Werte von SKM = 1,11 und 1,43. Das heißt, im Vergleich zu Buchenreinbeständen kann die Beimischung von Douglasie, Eiche, Fichte, Tanne, Kiefer oder Lärche die Dichte um 11–43% erhöhen. Das bedeutet eine höhere natürliche potenzielle Dichte, eine geringere mittlere Standfläche pro Baum und geringere Baum-zu-Baum-Abstände in Misch- im Vergleich zu Reinbeständen.

3.3 Verwendung der Äquivalenz-Koeffizienten und Dichtefaktoren für die Dichteregulierung in Mischbeständen

Die Koeffizienten für Dichte-Äquivalenz und Dichte-Steigerung können zum Vergleich zwischen Baumarten, zur Standardisierung von Dichten in Rein- und Mischbeständen oder zur Skalierung und Umrechnung zwischen den Dichten und Standflächen verschiedener Baumarten und zwischen Rein- und Mischbeständen eingesetzt werden. *Abbildung 2* zeigt, wie sie außerdem zur Ableitung von Leitkurven für maximale Dichten und Solldichten für verschiedene Behandlungsalternativen eingesetzt werden können. Im oberen Teil von *Abbildung 2* sind jeweils die N-dg-Beziehungen in doppelt-logarithmischer Darstellung gezeigt, im unteren Teil die Grundflächen-d_g Beziehungen im kartesischen Koordinatensystem.

Abbildung 2a zeigt beispielhaft die maximale N-dg-Beziehung für einen voll bestockten Buchen-Reinbestand als Ausgangsbasis N_{Bu} . Über Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten kann daraus die entsprechende N-dg-Beziehung für einen Fichtenreinbestand N_{Fi} , und über Dichte-Steigerungs-Koeffizienten die zu erwartenden Baumzahlen für einen Fichten-Buchen Mischbestand $N_{Fi,Bu}$ mit einem baumzahlbezogenen Mischungsanteil von $mn_{Bu}=0,5=mn_B=0,5$ berechnet werden. *Abbildung 2b* zeigt die entsprechenden oberen Dichtebeziehungen für die Bestandesgrundfläche G_{Bu} , G_{Fi} , und $G_{Fi,Bu}$. N_{Fi} , $N_{Fi,Bu}$ und N_{Bu} bzw. G_{Fi} , $G_{Fi,Bu}$ und N_{Bu} repräsentieren die Baumzahlen und Bestandesgrundflächen im Fichtenreinbestand, im Fichten-Buchen-Mischbestand und im Buchenreinbestand insgesamt.

Abbildung 2, a und *b* zeigen also beispielhaft die Baumzahlen bzw. Bestandesgrundflächen des Mischbestandes insgesamt für die baumzahlbezogenen Mischungsanteile $mn_{Fi}=mn_{Bu}=0,5$ (gestrichelte Linie). Aufgrund der höheren Packungsdichte im Misch- gegenüber dem Reinbestand und der geringeren Standflächenansprüche der Fichte, im Vergleich zur Buche, liegen die Baumzahl- und Grundflächenkurve des 0,5:0,5 Mischbestandes (gestrichelte Linie) deutlich über den Baumzahlen des Buchenreinbestandes (grün) auf gleichem Standort. Die höchsten Baumzahlen hat der Fichtenreinbestand (rot).

Mit den im Methodenteil 2.2 abgeleiteten Formeln (1) – (6) können die N-dg- und G-dg-Beziehungen für beliebige Baumarten im Reinbestand, für Mischbestände und beliebige (baumzahl- oder flächenbezogene) Mischungsanteile in Mischbeständen berechnet werden. Für *Abbildungen 2, c* und *d* wurden diese Formeln eingesetzt, um aus der, aus den Versuchsfeldern abgeleiteten oberen Grenzlinie für die Buche $N=\exp(12,59) \times d_g^{-1,88}$, (siehe *Tabelle 1*), die möglichen Baumzahlen für einen Fichten-Buchen-Mischbestand mit $mn_{Fi}=0,7$ und $mn_{Bu}=0,3$ abzuleiten. Dargestellt sind die Baumzahlen und Grundflächen für den Mischbestand insgesamt (gestrichelt) und den Anteil der Fichten (rot) und Buchen (grün). $N_{Fi,Bu}$ und $G_{Fi,Bu}$ repräsentieren die Baumzahlen und Bestandesgrundflächen im Mischbestand insgesamt $N_{Fi,(Bu)}$, $N_{(Fi),Bu}$, $G_{Fi,(Bu)}$ und $G_{(Fi),Bu}$ sind die Baumzahlen und Grundflächen im Mischbestand.

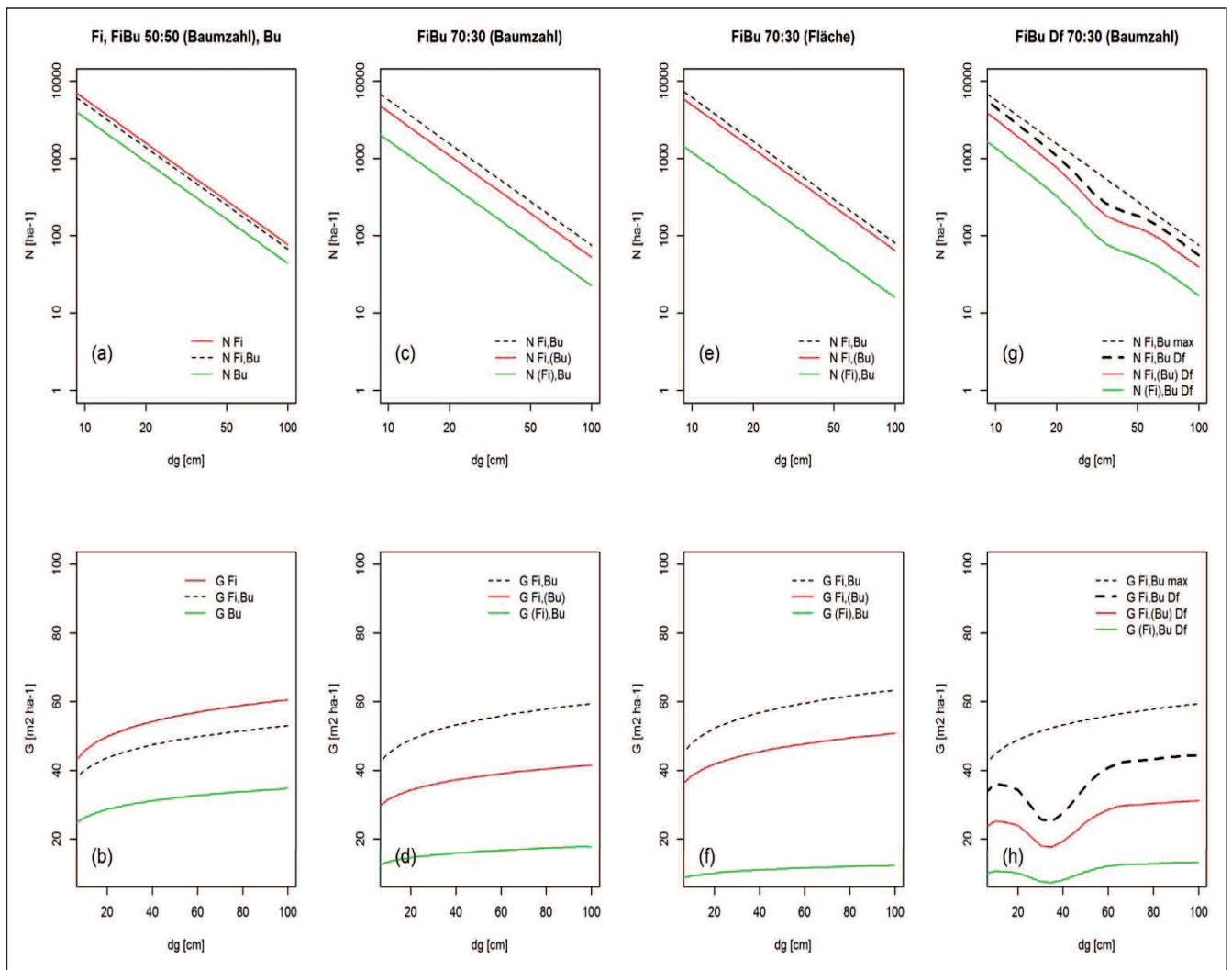


Abb. 2

Beziehung zwischen Baumzahlen und Mitteldurchmesser (oben: a, c, e und g) und entsprechende Beziehung zwischen Bestandesgrundflächen und Mitteldurchmesser (unten: b, d, f und h) in Rein- und Mischbeständen aus Fichte und Buche für unbehandelte, voll bestockte Bestände (a bis f) und für die Dichteregulierung (g und h). Die Kurvenverläufe in c-h sind auf der Grundlage von Buchen-Reinbeständen als Referenzlinie und unter Anwendung von Äquivalenz-Koeffizienten, AKD, Dichte-Steigerungs-Koeffizienten, SKM, sowie den baumzahl- bzw. flächenbezogenen Mischungsanteilen mn_{Fi} und mn_{Bu} bzw. mf_{Fi} und mf_{Bu} berechnet.

(a und b) Kurvenverläufe für einen Buchen-Reinbestand (grün), einen Fichtenreinbestand (rot) und einen Fichten-Buchen-Mischbestände (schwarz gestrichelt) auf gleichem Standort mit baumzahlbezogenen Mischungsproportionen $mn_{Fi} = mn_{Bu} = 0,5$.

(c und d) Baumzahlen und Grundflächen für baumzahlbezogene Mischung von $mn_{Fi} = 0,7$ und $mn_{Bu} = 0,3$ insgesamt (schwarz gestrichelt) und für Fichte (rot) und Buche (grün) getrennt.

(e und f) Baumzahlen und Grundflächen für flächenbezogene Mischung von $mf_{Fi} = 0,7$ und $mf_{Bu} = 0,3$ insgesamt (schwarz gestrichelt) und für Fichte (rot) und Buche (grün) getrennt.

(g und h) Kurvenverläufe für voll bestockten Mischbestand mit baumzahlbezogener Mischung von $mn_{Fi} = 0,7$ und $mn_{Bu} = 0,3$ (schwarz gestrichelt) und Kurvenverläufe für phasenweise Dichteabsenkungen auf 0,50 der maximalen Dichte insgesamt (fett schwarz gestrichelt) und für Fichte (rot) und Buche (grün) getrennt.

Relationship between tree number per hectare and mean diameter (upper row: a, c, e, g) and respective relationship between stand basal area per hectare and mean diameter (lower row: b, d, f and h) in mono-specific and mixed-species stands of Norway spruce and European beech for untreated, fully stocked stands (a-f) and density regulated stands (g and h).

The curves in c-h were calculated on the basis of mono-specific European beech stands as reference and by application of density-equivalence-coefficients, AKD, density-increase-coefficients for mixture, SKM, and tree-number and growing area related mixing proportions mn_{spruce} and mn_{beech} resp. mf_{spruce} and mf_{beech} .

(a und b) curves for an European beech pure stand (green), a Norway spruce pure stand (red) and a Norway spruce-European beech mixed stand (black, broken line) under the same site conditions with tree-number based mixing proportion $mn_{spruce} = mn_{beech} = 0,5$.

(c und d) Tree number and stand basal area for tree-number-based mixing proportions of $mn_{spruce} = 0,7$ and $mn_{beech} = 0,3$ in total (black, broken line) and for Norway spruce (red) and European beech (green) separately.

(e und f) Tree number and stand basal area for growing-area-related mixing proportions of $mf_{spruce} = 0,7$ and $mf_{beech} = 0,3$ in total (black, broken line) and for Norway spruce (red) and European beech (green) separately.

(g und h) curves for fully stocked mixed stands with tree-number-based mixing proportions of $mn_{spruce} = 0,7$ and $mn_{beech} = 0,3$ in total (black, broken line) and curves for temporal density reduction on 50 % of the maximum stand density in total (black, broken line) and for Norway spruce (red) and European beech (green) separately.

Abbildung 2, e und f zeigt im Vergleich zu Abbildung 2, c und d den charakteristischen Unterschied zwischen baumzahl- und flächenbezogenen Mischungsanteilen in Mischbeständen. Dargestellt sind in *Abbildung e* bzw. *f* die Baumzahlen und Grundflächen für flächenbezogene Mischungsanteile von $mf_{Fi}=0,7$ und $mf_{Bu}=0,3$ insgesamt (schwarz gestrichelt) und die Baumzahlen und Grundflächen für Fichte (rot) und Buche (grün) im Mischbestand. Weil die Fichten nur etwa die Hälfte der Standfläche von Buchen benötigen, sind die Baumzahlen bei flächenbezogenen Mischungsanteilen (Formeln (4)–(6)) wesentlich höher als bei einer baumzahlbezogenen Anteilsregulierung. Die Unterschiede werden umso größer je weiter die AKD Werte von 1,0 abweichen.

Bisher wurden die Baumzahlen und Bestandesgrundflächen in voll bestockten Beständen, ohne oder mit nur schwacher Durchforstung (Dichteabsenkung), betrachtet. Es wurde gezeigt, dass die Baumzahlen und Grundflächen je nach Baumart, Baumartenkombination und Mischungsanteilen ganz erheblich variieren und wie sich die Baumzahlen und Grundflächen quantifizieren lassen. *Abbildung 2, g* und *h* veranschaulichen weiter die Verwendung der eingeführten Koeffizienten und Formeln für die Definition von Baumzahl- und Grundflächenhaltungen in Relation zur natürlichen, maximalen Dichte. Für die quantitative Definition von waldbaulichen Behandlungsprogrammen und Versuchsprogrammen kann dies hilfreich sein. Die Anwendung für waldbaupraktische Zwecke erfordert selbstverständlich zusätzlich die Quantifizierung der mit den Baumzahl- und Grundflächenhaltungen angestrebten Wirkungen auf den Zuwachs und die Bestandesstruktur. Das Beispiel geht von den maximalen Baumzahlen und Bestandesgrundflächen bei der baumzahlbezogenen Mischung $mn_{Fi}=0,7$ und $mn_{Bu}=0,3$ (obere, dünne, gestrichelte schwarze Linie) aus. Die Baumzahl- oder Grundflächenabsenkung wird dann über Reduktionsfaktoren gesteuert. $N_{Fi,Bu\ max}$ und $G_{Fi,Bu\ max}$ sind die maximalen und $N_{Fi,Bu,Df}$ bzw. $G_{Fi,Bu,Df}$ die durch Durchforstung reduzierten Baumzahlen und Bestandesgrundflächen. $N_{Fi,(Bu),Df}$ und $N_{(Fi),Bu,Df}$ und $G_{Fi,(Bu),Df}$ und $G_{(Fi),Bu,Df}$ repräsentieren die durch Durchforstung abgesenkten Baumzahlen und Grundflächen im Mischbestand.

In dem Beispiel wird die Baumzahl im Entwicklungsstadium von $d_g=15-35$ cm zeitweise auf die Hälfte der maximalen Dichte abgesenkt (darunterliegende, dicke, gestrichelte schwarze Linie). Basierend auf den Formeln (1)–(3) lassen sich dann die Baumzahlen und Grundflächen für beide Arten für beliebige Mischungsanteile (hier 70:30) berechnen. Diese Absenkung kann artübergreifend oder artspezifisch erfolgen.

5. DISKUSSION

Für Reinbestände gibt es bewährte, analytisch abgeleitete Ansätze für die Dichteregulierung. Beispiele hierfür sind Baumzahlleitkurven (ABETZ, 1990; ABETZ und CHROUST, 2004; SCHÖBER, 1988 a und b), Sollkurven der Grundflächenhaltung (DÖBBELER und SPELLMANN, 2002; WÖRDEHOFF et al., 2014) oder die am Einzelbaum orientierte Freistellung nach A-Werten (JOHANN, 1982). Für Mischbestände ist die Herleitung solcher Ansätze kom-

pulierter; u.a. wegen der in Mischbeständen häufig zunehmenden natürlichen Bestandesdichte, den artspezifischen Dichten und Standflächenansprüchen und den variablen Mischungsanteilen (ABETZ, 1974; ASSMANN, 1953/1954; PRETZSCH und ZENNER, 2017). Deshalb kommen für Mischbestände bisher häufig eher normative oder situative Maßnahmen zum Einsatz; beispielsweise die Auswahl von 100 Z-Bäumen pro Hektar und deren kontinuierliche Freistellung (SCHRÖPFER et al., 2009). Die Entwicklung analytischer Ansätze, die von der maximalen Dichte von Mischbeständen, dem Standflächenbedarf der beteiligten Baumarten und den angestrebten Mischungsverhältnissen ausgehen, steht noch ganz am Anfang (SPELLMANN und NAGEL, 1996). Analytische Ansätze zur Dichte- und Mischungsregulierung forstwirtschaftlich wichtiger Baumarten sind aber notwendig. Sie werden zur Ableitung reproduzierbarer waldbaulicher Handlungsrichtlinien für die Praxis benötigt. Außerdem sind sie für die objektive Regulierung von Mischbestandsversuchen des Ertragskundlichen Versuchswesens unverzichtbar. Sie werden auch für die Implementierung in Wachstumsmodellen und Simulatoren für Szenarioanalysen gebraucht (FAVRICHON, 1998; PRETZSCH et al., 2015c; PUKKALA et al., 1998). Trotz ihrer im Vergleich zu Reinbeständen größeren Komplexität sollten auch für Mischbestände Behandlungsmodelle und Algorithmen analytisch abgeleitet werden, quantitativ basiert und reproduzierbar sein.

Die in dieser Arbeit abgeleiteten Äquivalenz-Koeffizienten haben sich in der allgemeinen Ökologie für die generalisierte Analyse und Prognose von n-Arten Systemen bewährt (z.B. BEGON et al., 1998; S. 177-180). Im hiesigen Zusammenhang ermöglichen sie die Umrechnung zwischen den Standflächen und Dichten verschiedener Baumarten. Beispielhaft wurden die Äquivalenz-Koeffizienten hier immer auf den Standflächenbedarf und die Dichte der Buche bezogen (Referenz 1,00). Die Fichte und Douglasie können dann im Vergleich dazu wesentlich höhere absolute Baumzahlen und Grundflächen (Faktor 1,74 bzw. 1,52), die Schwarznuss oder Linde dagegen wesentlich geringere absolute Dichten (Faktor 0,34 bzw. 0,66) ausbilden. Die Koeffizienten ermöglichen nicht nur einen Vergleich zwischen den Arten, sondern auch die Umrechnung von einer Art in die andere und einen Bezug aller Arten auf einen einheitlichen Standard für die Standfläche bzw. Dichte. In dieser Arbeit wurde wegen ihrer natürlichen Dominanz in Mitteleuropa die Buche als Standard gewählt. Aus einer bestimmten Anzahl von Buchen, können mit Hilfe der Äquivalenz-Koeffizienten dann zur Modellierung und Dichteregulierung die entsprechenden Baumzahlen für beliebige Reinbestände oder Baumartenkombinationen in Mischbeständen als nicht lineare Kombinationen berechnet werden. In diesem Sinne wird dann der Reinbestand zum Grenzfall des Mischbestandes.

Die vorgestellten Äquivalenz-Koeffizienten basieren auf voll bestockten Versuchsflächen auf guten bis sehr guten Standorten in Deutschland. Sie repräsentieren das Wachstum der betrachteten Arten in der Nähe ihres Produktionsoptimums. Die Äquivalenzfaktoren können sich unter ungünstigeren Wuchsbedingungen leicht ver-

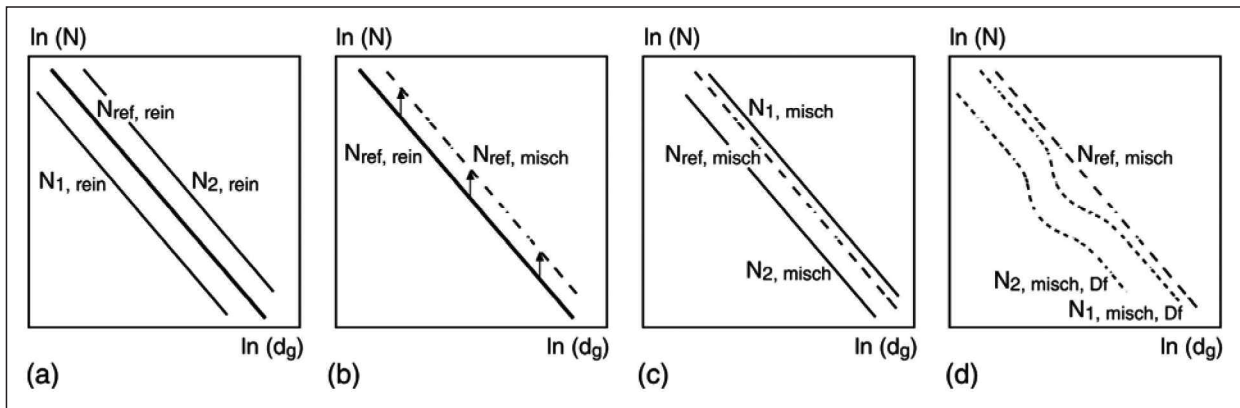


Abb. 3

Entwicklung von $\ln(\text{Baumzahl})-\ln(\text{Mitteldurchmesser})$ Beziehungen für Rein- und Mischbestände auf der Grundlage von der Referenzlinie einer Standardbaumart (hier Buche) und Koeffizienten der Dichte-Äquivalenz, AKD, und Dichte-Steigerung, SKM, in schematischer Darstellung.

- (a) Von der $\ln(N)-\ln(d_g)$ -Beziehung einer Standardbaumart ($N_{\text{ref, rein}}$) können über Äquivalenz-Koeffizienten die Baumzahlen (z.B. $N_{1, \text{rein}}$ oder $N_{2, \text{rein}}$) beliebiger anderer Reinbestände abgeschätzt werden.
 (b) Ausgehend von der Dichte ($N_{\text{ref, rein}}$) der Standardbaumart im Reinbestand erlauben Dichte-Steigerungs-Koeffizienten die Abschätzung der maximalen natürlichen Dichte in Mischbeständen ($N_{\text{ref, misch}}$).
 (c) Aus der Baumzahl $N_{\text{ref, misch}}$ lassen sich über Äquivalenz-Koeffizienten die Baumzahlen von Mischbeständen berechnen.
 (d) Die maximale Dichte $N_{\text{ref, misch}}$ kann als Basis für die Dichtereduktion und Ableitung von Leitkurven der Dichteregulierung verwendet werden.

Schematic representation of the $\ln(N)-\ln(d_g)$ relationship for mono-specific and mixed-species stands derived from the reference $\ln(N)-\ln(d_g)$ of a standard tree species (European beech) and coefficients of density equivalence, AKD, and density increase by tree species mixing, SKM.

- (a) Based on the $\ln(N)-\ln(d_g)$ relationship of a reference tree species in mono-specific stands ($N_{\text{ref, mono}}$) the tree number (z.B. $N_{1, \text{mono}}$ oder $N_{2, \text{mono}}$) of any other species can be derived by density-equivalence-coefficients.
 (b) Based on the reference density ($N_{\text{ref, mono}}$) in mono-specific stands density-increase-coefficients for mixture allow the estimation of the stand density of mixed-species stands ($N_{\text{ref, mixed}}$).
 (c) Starting with $N_{\text{ref, mixed}}$ density-equivalence coefficients can be applied for predicting the tree numbers of various tree species mixtures.
 (d) Furthermore, the maximum stand density $N_{\text{ref, mixed}}$ can be used as reference for fixing the stand density reduction by thinning.

schieben. Einige Arten sind mit nur wenigen Versuchsflächen vertreten; hier sind künftig Auswertungen auf breiterer Datenbasis notwendig. Aus Gründen der Einfachheit wurden, über den gesamten Dimensionsbereich der Arten, konstante Äquivalenzkoeffizienten angenommen. Künftig könnten die Äquivalenzkoeffizienten aber auch in Abhängigkeit vom d_g beschrieben werden. *Abbildung 1* zeigt, dass die Arten in dem mittleren Dimensionsbereich, der für die waldbauliche Dichteregulierung besonders wichtig ist, in den Baumzahl-Durchmesser-Beziehungen relativ eng zusammenliegen. In dem Anwendungsbeispiel (*Abbildung 2*) wurde für die Abnahme der Baumzahl mit zunehmendem Stammdurchmesser eine Steigung von $\alpha_{N, d_g} = -1,88$ angenommen (also $N \propto d_g^{-1,88}$). Diese Steigung entspricht der mittleren Steigung, der in diese Untersuchung einbezogenen Buchen-Reinbestände (vgl. *Tabelle 1*).

Untersuchung von von GADOW (1986), PRETZSCH (2006), PRETZSCH und BIBER (2005), STERBA (1981, 1987) und ZEIDE (1985, 1987) weisen auf artspezifische Unterschiede der Steigungskoeffizienten hin, wie sie auch in *Tabelle 1* deutlich werden. Diese artspezifischen Steigungen der Selbstdurchforstungslinie können zur Ver-

feinerung des Ansatzes Berücksichtigung finden. Die Äquivalenz-Koeffizienten wurden für Bestände bei voller Bestockung abgeleitet. Aufgrund artspezifischer Unterschiede in der morphologischen Variabilität und Reaktion auf Freistellung, dürften diese Koeffizienten bei geringeren Dichten etwas anders ausfallen. Natürlich müssen solche Einflüsse weiter erforscht, präzisiert und in Äquivalenzberechnungen einbezogen werden, bevor mit dem vorgestellten Ansatz praxistaugliche Behandlungsprogramme abgeleitet werden. Im Vordergrund dieser Arbeit stand zunächst die Entwicklung eines übergreifenden Konzeptes für die Dichte- und Mischungsregulierung auf quantitativer Grundlage, das in Zukunft weiter verfeinert werden kann.

Die Bäume in Mischbeständen können eine höhere Packungsdichte als in Reinbeständen haben, also eine höhere Dichte bzw. einen geringeren Standflächenbedarf (PRETZSCH und BIBER, 2016). Im zweiten Teil der Auswertung wird mit den Dichte-Steigerungs-Koeffizienten, SKM, die Grundlage dafür geschaffen, solche Dichteerhöhungen in Behandlungsoptionen zu berücksichtigen. Für Buchen-Mischbestände wird gezeigt, dass sie um 11–43% höhere Dichten haben als Reinbestände. Das

heißt, die natürliche Dichte in Form der maximalen Baumzahlen oder Grundflächen können in Mischung beträchtlich höher veranschlagt werden als in Reinbeständen. Dichteabsenkungen sollten in Mischbeständen vermutlich geringer ausgeführt werden, um größere flächenbezogenen Zuwachsverluste infolge von suboptimaler Dichte zu vermeiden. Natürlich gibt es viele Gründe dafür, die Bestandesdichte trotzdem deutlich unter die maximale Dichte abzusenken. Beispielsweise können Dichteabsenkungen der Beschleunigung des Größenwachstums, der Stabilität oder Qualitätsförderung dienen. Die Erhöhung der Bestandesdichte durch Artenmischung dürfte, außer von der Artenkombination, auch von den Mischungsanteilen, der Mischungsform und dem Entwicklungsstadium des Bestandes abhängen. Hier werden zunächst generalisierte, nur von der Artenkombination abhängige, Dichteexpansionsfaktoren zugrunde gelegt. Der Einfachheit halber wird hier ein diskreter Unterschied zwischen der Dichte von Rein- und Mischbeständen gemacht. Bei Mischung wird die Dichte mit einem kombinationsspezifischen Dichte-Steigerungs-Koeffizienten multipliziert, also angehoben. Künftige Untersuchungen werden zeigen, wie solche Dichte-Steigerungen vom Reinbestand ausgehend (Referenz 1,00) und mit zunehmendem Mischungsanteil, kontinuierlich ansteigen (z.B. von 1,00 auf 1,11–1,43, vgl. *Tabelle 3*). Auch hier wird, im Sinne der Dichtemodifikation, der Reinbestand zum Grenzfall des Mischbestandes.

Die hier für Fichten-Buchen-Mischbestände gezeigte Anwendung der Äquivalenz- und Dichte-Steigerungs-Koeffizienten ist rein beispielhaft. Sie soll verdeutlichen, wie eine generalisierte Dichteregulierung beispielsweise von der Buche als Standardbaumart ausgehen kann. Von der $\ln(N) - \ln(d_g)$ -Beziehung einer Standardbaumart ($N_{\text{ref, rein}}$) können über Äquivalenz-Koeffizienten die Baumzahlen (z.B. $N_{1, \text{rein}}$ oder $N_{2, \text{rein}}$) beliebiger anderer Reinbestände mit höherer bzw. geringerer Dichte auf gleichem Standort abgeschätzt werden (*Abbildung 3a*). Beispielsweise läßt sich aus einer bei maximaler Dichte vorgegeben Anzahl von Buchen, über Äquivalenz-Koeffizienten, die Baumzahlen und Grundflächen verschiedenartiger Reinbestände ableiten. Dass Mischbestände dichter sein können als Reinbestände, berücksichtigen die Dichte-Steigerungs-Koeffizienten, indem sie das maximale, natürliche Dichteniveau generell anheben. Ausgehend von der Dichte ($N_{\text{ref, rein}}$) der Standardbaumart im Reinbestand erlauben Dichte-Steigerungs-Koeffizienten die Abschätzung der zumeist höheren maximalen natürlichen Dichte in Mischbeständen ($N_{\text{ref, misch}}$) (*Abbildung 3b*). Aus der Baumzahl $N_{\text{ref, misch}}$ lassen sich über Äquivalenz-Koeffizienten die Baumzahlen aller möglichen Mischungen als nicht lineare Kombination berechnen; z.B. die Baumarten der Arten z.B. $N_{1, \text{misch}}$ oder $N_{2, \text{misch}}$ für baumzahlbezogene Mischungsanteile $mn_1 = mn_2 = 0,5$ (*Abbildung 3c*). Von der natürlichen maximalen Dichte der entsprechenden Baumartenkombination ausgehend, können dann über Faktoren oder Funktionen der Dichtereduktion, die Sollkurven der Baumzahl- oder Grundflächenhaltung artspezifisch berechnet werden (*Abbildung 3d*). In dem Beispiel wird die Dichte bei einem Mitteldurchmesser von 20–40 cm auf 50% der maxima-

len Dichte abgesenkt ($N_{1, \text{misch, Df}}$ und $N_{2, \text{misch, Df}}$). Die entwickelten Algorithmen haben generischen Charakter. Sie sind übergangslos für Rein- und Mischbestände anwendbar und betrachten diese als Kontinuum. Die Regulierung der Dichte ist nur eine Komponente der waldbaulichen Regulierung. Die algorithmische Formulierung weiterer Komponenten, wie die Art und der Turnus der Regulierung und deren Umsetzung in gleichaltrigen und ungleichaltrigen Mischbeständen, sind Themen laufender Arbeiten. Die Implementierung des Ansatzes in Simulatoren wird deren Anwendung auf Mischbeständen flexibler und einfacher machen.

6. DANKSAGUNG

Dank geht an die Europäische Union für die Förderung des Projektes “Mixed species forest management. Lowering risk, increasing resilience (REFORM, Sumforest ERA-NET)” (# 2816ERA02S); der vorliegende Aufsatz trägt zu den Arbeitsschritten 3.4 und 3.5 bei. Weiter sei der DFG für die Förderung des Projekts “Structure and dynamics of mixed-species stands of Scots pine and European beech compared with monospecific stands. Analysis along an ecological gradient through Europe” (# DFG 292/15-1) gedankt.

Die Daten von Mischbeständen aus Buche und Lärche wurden dankenswerterweise von der Nordwestdeutschen Forstlichen Versuchsanstalt zur Verfügung gestellt, wofür ich REGINA PETERSEN, NATALIEN ERBACH sowie RALF NAGEL und JÜRGEN NAGEL herzlich danke.

An das BAYERISCHE STAATSMINISTERIUM FÜR ERNÄHRUNG, LANDWIRTSCHAFT UND FORSTEN geht Dank für die Unterstützung des Projektes W07 „Betreuung der Langfristigen ertragskundlichen Versuchsflächen“ and an die Bayerischen Staatsforsten (BaySF) für die Bereitstellung von über 200 ha Fläche für die Langfristigen Versuchsflächen.

Dank gilt außerdem MARTIN NICKEL, LEONHARD STEINACKER und GERHARD SCHÜTZE für die Zusammenstellung der Daten der bayerischen Versuchsflächen, ULRICH KERN für die Anfertigung der Grafiken, BEATE FELSL für die Textkorrekturen und anonymen Gutachtern für ihre Hinweise zur Überarbeitung des Manuskriptes.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Titel der Publikation: *Weiterentwicklung der Dichte- und Mischungsregulierung forstwirtschaftlich wichtiger Baumarten. Äquivalenz-Koeffizienten und Dichte-Steigerungs-Koeffizienten für generische waldbauliche Behandlungsalgorithmen.*

Der Aufsatz entwickelt die Grundlagen zur generischen, quantitativen Regulierung der Dichte, von Rein- und Mischbeständen, verschiedener Baumarten. Eine Grundlage bilden Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten für die Umrechnung zwischen verschiedenen Arten in Reinbeständen und Dichte-Steigerungs-Koeffizienten für die Abschätzung der erhöhten Packungsdichte in Mischbeständen. Sie ermöglichen die Dichteregulierung von Beständen verschiedener Arten und Mischungen nach einem übergreifenden Konzept. Auf diese Weise stellt sich die Regulierung von Reinbeständen verschiedener

Arten und Mischbeständen als Kontinuum dar; Reinbestände werden zum Grenzfall von Mischbeständen. Die vorgestellten Ansätze eignen sich u. a. für eine quantitativ basierte waldbauliche Regulierung und die Algorithmen für den Einbau in Simulationsmodelle für Szenarioanalysen.

Aufbauend auf langfristigen Versuchsflächen in Deutschland, wurden in einem ersten Schritt artspezifische relative Dichtewerte, Standflächen und Baumabstände für voll bestockte Reinbestände aus Douglasie, Fichte, Kiefer, E. Lärche, Tanne sowie Buche, Esskastanie, Kirsche, Linde, Roteiche, Schwarzerle, Schwarznuss, Trauben-/Stieleiche und Walnuss abgeleitet (Tabelle 1). Aus den artspezifischen Dichten und Standflächen konnten Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten errechnet werden (Tabelle 2), mit denen sich die Dichten und Standflächenansprüche verschiedener Arten vergleichen und ineinander umrechnen lassen. Beispielhaft wurde die Bestandesdichte der Buche als Referenz verwendet; die Dichte anderer Arten kann so in „Buchen-Einheiten“ umgerechnet und standardisiert werden. Die Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten liegen zwischen 0,34 bei der Schwarznuss und 1,74 bei der Fichte und zeigen, dass die Schwarznuss nur etwa ein Drittel der Baumzahl erbringt, während die Fichte fast doppelt so viele Bäume pro Hektar ausbildet wie die Buche. Die Äquivalenz-Koeffizienten erleichtern u. a. die Formulierung von Baumzahlleitkurven für die Dichteregulierung in Buchen-Mischbeständen.

Diese Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten wurden in einem zweiten Schritt dafür eingesetzt, um die Dichte von Mischbeständen aus Buche/Eiche, Buche/Douglasie, Buche/Kiefer, Buche/Lärche, Buche/Fichte und Buche/Fichte/Tanne auf die Buche zu standardisieren. Damit wurde ein Vergleich der Dichte von Buchen-Mischbeständen mit Buchen-Reinbeständen ermöglicht. Die Quotienten zwischen der Dichte in Misch- und Reinbeständen von 1,11-1,43 (Tabelle 3) zeigen eine durchweg erhöhte Packungsdichte in Mischbeständen an. Sie können als Dichte-Steigerungs-Koeffizienten verwendet werden.

In einem dritten Schritt werden die Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten und Dichte-Steigerungs-Koeffizienten für die Entwicklung von Dichteleitkurven für Rein- und Mischbestände eingesetzt. Ausgangsbasis bildet die standorttypische maximale Dichte in Form des SDI_{max} für Buchenreinbestände. Je nach Baumartenkombination in der Mischung (z. B. Buche/Kiefer, Buche/Eiche, Buche/Lärche) wird diese Dichte um Dichte-Steigerungs-Koeffizienten von 1,11–1,43 multipliziert ($SDI_{maxmisch}$), um die höhere Packungsdichte in Mischbeständen zu berücksichtigen. Auf Grundlage dieser standardisierten bestandestypischen Dichte können dann die potentiellen Baumzahlen der Buche berechnet werden. Über die Dichte-Äquivalenz-Koeffizienten können aber auch die möglichen Baumzahlen und Flächenanteile bei beliebigen Mischungsanteilen berechnet werden. Weiter lassen sich für verschiedenartige Szenarien der Dichteabsenkungen (z. B. frühe Hochdurchforstung, gestaffelte Durchforstung, Lichtwuchsdurchforstung) und Mischungsregulierung die entsprechenden artspezifischen

Entwicklungen der Baumzahlen und Flächenanteile herleiten.

In der Diskussion wird auf den konzeptionellen Charakter der Arbeit hingewiesen; künftige Arbeiten sollten noch mehr Baumarten in Reinbeständen einbeziehen, dort die Veränderung der Äquivalenz-Koeffizienten mit dem Alter, der Behandlung und den Standortbedingungen prüfen, und über Buchen-Mischbestände hinaus gehen. Die Implementierung des Ansatzes in Simulatoren wird deren Anwendung auf Mischbeständen flexibler und einfacher machen.

8. SUMMARY

Title of the paper: *Further development of the density and mixing regulation for common tree species. Density-equivalence-coefficients and density-increase-coefficients for generic silvicultural treatment algorithms.*

The study developed the basics for a generic quantitative regulation of the density of mono-specific and mixed-species stands for common tree species. For that purpose, we introduced density-equivalence-coefficients for conversion between species in mono-specific stands and density-increase-coefficients for considering the higher packing density of mixed compared to mono-specific stands. These coefficients enable the density regulation of stands of various tree species and mixtures according to an overarching concept. In this way, the silvicultural regulation of mono-specific stands and mixed-species stands becomes a continuum; mono-specific stands represent a borderline case of mixed-species stands. The introduced concept is suitable for design of silvicultural guidelines and the algorithms for their implementation in simulators for scenario analyses.

Based on fully stocked long-term experimental plots in Germany we in a first step derived species-specific relative density values, mean growing areas per tree and mean tree to tree distances for Douglas-fir, European larch, Norway spruce, Scots pine and silver fir as well as for black alder, black walnut, cherry tree, sessile oak, European beech, European chestnut, European walnut, lime tree and red oak (Table 1). The species-specific densities and growing areas enabled the calculation of density-equivalence-coefficients (Table 2) which can be used for comparison and conversion of the densities and growing area requirements of different tree species. We used the density of European beech as reference and show how to convert and compare the density of other species. The density-equivalence-coefficients range between 0.34 for black walnut and 1.74 for Norway spruce and show that black walnut has just a third of trees per hectare compared with beech whereas Norway spruce can have almost double the number of trees per hectare. The density-equivalence-coefficients support the development of density guidelines for different tree species and admixtures.

In a second step, the density-equivalence-coefficients were applied for calculating the standardized stand density for mixed stands of European beech/sessile oak, European beech/Douglas-fir, European beech/Scots pine, European beech/ European larch, European beech/Norway spruce, and European beech/Norway spruce/silver

fir. The results were used for a comparison of the density of mixed versus mono-specific stands. The ratio between the (on European beech) standardized density of the mixed stands with the density of the European beech monocultures amount to 1.11–1.43 (Table 3) and indicate a higher packing density for all considered mixtures compared with the pure beech stands. The ratios were used as density-increase-coefficients in the subsequent evaluation.

In a third step, we used the density-equivalence-coefficients and density-increase-coefficients for the derivation of stand density and thinning guidelines for pure and mixed stands. Starting point is the site-specific maximum stand density (SDI_{max}) for pure European beech stands. Depending on the species assemblage in the mixed stand (e.g. European beech/Scots pine, European beech /sessile oak, European beech/ European larch), the density-increase-coefficients were applied to estimate the maximum stand density in the respective mixed stand (SDI_{maxmix}) considering their higher tree packing density. This mixture-specific maximum stand density is used to calculate the potential tree number for European beech or any mixture of interest. Based on the density-equivalence-coefficients it becomes possible to calculate the tree numbers and area proportions of any mixing combination of interest. In addition we show how to define different scenarios of stand density reduction (e.g. early thinning from above, staggered thinning, accretion thinning) and how to calculate the respective possible species-specific tree number and species area proportions.

In the discussion, we stressed the conceptual character of this paper: Future works should extend the tree species numbers in pure stands and analyse how the equivalence-coefficients are affected by age, silvicultural treatment, and site conditions. Furthermore, the analyses of the mixed stands density should be developed beyond mixtures with European beech. The implementation of the approach and algorithms in stand simulators will make their application for mixed-species stands more flexible and easy.

9. RÉSUMÉ

Titre de l'article: *Poursuite du développement du contrôle de la densité et du mélange d'espèces ligneuses importantes en gestion forestière. Coefficients d'équivalence et coefficients d'augmentation de densité pour les algorithmes génériques d'interventions sylvicoles.*

L'article développe les bases de la régulation générique et quantitative de la densité des peuplements monospécifiques et mélangés, de différentes espèces ligneuses. Les coefficients d'équivalence de densité pour la conversion entre différentes espèces en peuplements monospécifiques et les coefficients d'augmentation de la densité pour l'estimation de la densité supérieure en peuplements mélangés par rapport aux peuplements monospécifiques, en sont une base. Ils permettent la régulation sylvicole de la densité de peuplements de différentes espèces et de mélanges selon un concept général. De cette manière, la régulation de peuplements monospécifiques de différentes espèces et de peuplements mélan-

gés se présente comme un continuum; les peuplements monospécifiques représentent le cas limite de peuplements mélangés. Les approches présentées conviennent, entre autres, à une régulation sylvicole basée sur la quantification et aux algorithmes d'intégration dans les modèles de simulation pour les analyses de *scenarii*.

Sur la base de parcelles expérimentales à long terme en Allemagne, des valeurs de densité relative, des superficies de peuplements et des distances d'écartement des arbres, spécifiques à chaque espèce, ont été obtenues dans un premier temps pour des peuplements monospécifiques de douglas, d'épicéa, de pin, de mélèze d'Europe, de sapin ainsi que de hêtre, de châtaignier, de merisier, de tilleul, de chêne rouge, d'aulne noir, de noyer noir, de chêne sessile/pédonculé et de noyer (Tableau 1) à partir desquels les densités et les exigences en superficies de peuplement de différentes espèces peuvent être comparées et converties entre elles. A titre d'exemple, la densité des peuplements de hêtre a été utilisée comme référence; la densité d'autres espèces peut être ainsi convertie en «unités de hêtres» et standardisée. Les coefficients d'équivalence de densité se situent entre 0,34 pour le noyer noir et 1,74 pour l'épicéa et montrent que le noyer noir ne supporte environ que la densité d'un tiers du nombre d'arbres, tandis que l'épicéa supporte presque deux fois plus d'arbres à l'hectare que le hêtre. Les coefficients d'équivalence facilitent, entre autres, l'élaboration de courbes-guides pour le nombre d'arbres pour la régulation de la densité des peuplements mélangés de hêtre.

Ces coefficients d'équivalence de densité ont été utilisés dans un deuxième temps pour standardiser, pour le hêtre, la densité des peuplements mélangés de hêtre/chêne, hêtre/douglas, hêtre/pin, hêtre/mélèze, hêtre/épicéa et hêtre/épicéa/sapin. Ainsi une comparaison a été rendue possible entre la densité de hêtre en peuplements mélangés et celle de hêtre en peuplements monospécifiques. Les quotients entre la densité des peuplements mélangés et celle des peuplements monospécifiques de 1,11–1,43 (Tableau 3) font apparaître une densité plus élevée dans le cas de peuplements mélangés que dans le cas de peuplements monospécifiques. Ils peuvent être utilisés comme coefficients d'augmentation de la densité.

Dans un troisième temps, les coefficients d'équivalence de densité et les coefficients d'augmentation de la densité sont utilisés pour le développement des courbes-guides pour peuplements monospécifiques et peuplements mélangés. Le point de départ est la densité maximale spécifique à la station écologique sous la forme du SDI (*site-specific maximum stand density*) pour les peuplements de hêtre monospécifiques. En fonction de la combinaison des espèces ligneuses en mélange (par exemple: hêtre/pin, hêtre/chêne, hêtre/mélèze), cette densité est multipliée par 1,11–1,43 ($SDI_{maxmisch}$) pour tenir compte de la densité plus élevée dans les peuplements mélangés. Sur la base de cette densité standardisée typique du peuplement, le nombre potentiel d'arbres dans la hêtraie peut ensuite être calculé. Les coefficients d'équivalence de densité peuvent également être utilisés pour calculer le nombre possible d'arbres et la part de

surface pour toute proportion de mélange. En outre, pour différents types de *scenarii* de réduction de la densité (par exemple éclaircie par le haut précoce, éclaircie échelonnée, éclaircie de mise en lumière pour la croissance) et de régulation des mélanges, les évolutions correspondantes spécifiques par espèce du nombre d'arbres et des proportions de surface peuvent être déterminées.

Dans la discussion, nous soulignons le caractère conceptuel du travail; de futurs travaux devraient inclure encore plus d'espèces ligneuses en peuplements monospécifiques, tester le changement des coefficients d'équivalence en fonction de l'âge, de l'intervention sylvicole et des conditions stationnelles, et aller au-delà des hêtraies en peuplements mélangés. La mise en œuvre de l'approche dans des simulations rendra leur application aux peuplements mélangés plus souple et plus facile.

10. LITERATURVERZEICHNIS

- ABETZ, P. (1974): Zur Standraumregulierung in Mischbeständen und Auswahl von Zukunftsbäumen. *AFZ* **29** (41): S. 871–873.
- ABETZ, P. (1975): Entscheidungshilfen für die Durchforstung von Fichtenbeständen (Durchforstungshilfe Fi 1975). *Merkbl Forstl Versuchs- u Forschungsanst Bad-Württ* **13**, Freiburg, 9 p
- ABETZ, P. (1990): Müssen wir in der waldbaulichen Behandlung der Fichte wieder umdenken? *European Journal of Forest Research* **109**(1), S. 79–85.
- ABETZ, P. CHROUST (2004): Wachstumvergleiche in zwei Kiefern-Durchforstungsversuchen in Tschechien und Deutschland. *Allgemeine Forst und Jagdzeitung* **6**, S. 117–124.
- ASSMANN, E. (1953/54): Die Standraumfrage und die Methodik von Mischbestandsuntersuchungen, *AFJZ* **125** (5): S. 149–153.
- ASSMANN, E. (1961): *Waldertragskunde, Organische Produktion, Struktur, Zuwachs und Ertrag von Waldbeständen*, BLV Verlagsgesellschaft, München, Bonn, Wien, 490 p
- BAUHUS, J., D. I. FORRESTER, B. GARDINER, H. JACTEL, R. VALLEJO und H. PRETZSCH (2017a): Ecological stability of mixed-species forests. *In: Mixed-Species Forests* (pp. 337–382). Springer, Berlin, Heidelberg.
- BAUHUS, J., D. I. FORRESTER, H. PRETZSCH, A. FELTON, P. PYTTEL und A. BENNETER (2017b): Silvicultural options for Mixed-Species Stands. *In: Mixed-Species Forests* (pp. 433–501). Springer Berlin Heidelberg.
- BEGON, M. E., J. L. HARPER und C. R. TOWNSEND (1998): *Ökologie*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 750 S.
- BÉGIN, E., J. BÉGIN, L. BÉLANGER, L.-P. RIVEST und S. TREMBLAY (2001): Balsam fir self-thinning relationship and its constancy among different ecological regions. *Can J For Res* **31**: S. 950–959.
- BRAVO-OVIEDO, A., H. PRETZSCH und M. DEL RÍO (2018): Dynamics, silviculture and Management of Mixed Forests, *Managing Forest Ecosystems Vol. 31*, Springer, Cham, Switzerland, 410 pp.
- CURTIS, R. O. (1982): A simple index of stand density for Douglas-fir, *Forest Science* **28**(1), S. 92–94.
- DIPPEL, M., (1988): Wuchsleistung und Konkurrenz von Buchen Lärchen-Mischbeständen im Südniedersächsischen Bergland. *Diss. Forstwiss. Fachber. Univ. Göttingen*, 337 S.
- DIRNBERGER, G., H. STERBA, S. CONDÉS, CH. AMMER, P. ANNIGHÖFER, A. AVDAGIC, K. BIELAK, G. BRAZAITIS, L. COLL, M. HEYM, V. HURT, V. KURYLYAK, R. MOTTA, M. PACH, Q. PONETTE, R. RUIZ-PEINADO, J. SKRZYSEWSKI, V. SRAMEK, G. DE STREEL, M. SVOBODA, T. ZLATANOV und H. PRETZSCH (2017): Species proportions by area in mixtures of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.), *European Journal of Forest Research* **136**(1): S. 171–183.
- DÖBBELER, H. und H. SPELLMANN (2002): Methodological approach to simulate and evaluate silvicultural treatments under climate change. *Forstwissenschaftliches Centralblatt* **121**, S. 52–69.
- FAVRICHON, V. (1998): Modeling the dynamics and species composition of a tropical mixed-species uneven-aged natural forest: effects of alternative cutting regimes. *Forest science* **44**(1), S. 113–124.
- FRANZ, F. (1965): Ermittlung von Schätzwerten der natürlichen Grundfläche mit Hilfe ertragskundlicher Bestimmungsgrößen des verbleibenden Bestandes. *Forstw Cbl* **84**: S. 357–386.
- GADOW, VON K. (1986): Observation on self-thinning in pine plantations. *South African J of Science* **82**: S. 364–368
- GADOW, K. VON und K. FÜLDNER (1995): Zur Beschreibung forstlicher Eingriffe. *Forstwissenschaftliches Centralblatt vereinigt mit Tharandter forstliches Jahrbuch*, **114**(1), S. 151–159.
- GRIESS, V. C. und T. KNOKE (2011): Growth performance, windthrow, and insects: meta-analyses of parameters influencing performance of mixed-species stands in boreal and northern temperate biomes. *Canadian Journal of Forest Research* **41**(6), S. 1141–1159.
- GUERICKE, M. (2001): Untersuchungen zur Wuchsdynamik von Mischbeständen aus Buche und Europ. Lärche (*Larix decidua*, Mill.) als Grundlage für ein abstandsabhängiges Einzelbaumwachstumsmodell: Versuchsflächenanalyse, Modellparametrisierung und waldbauliche Konsequenzen für die Behandlung von Buchen-Lärchen-Mischbeständen im Südniedersächsischen Bergland. *Cuvillier*.
- HEYM, M., R. RUIZ-PEINADO, M. DEL RIO, K. BIELAK, D. I. FORRESTER, G. DIRNBERGER, I. BARBEITO, G. BRAZAITIS, I. RUSKYTKE, L. COLL, M. FABRIKA, L. DRÖSSLER, M. LÖF, H. STERBA, V. HURT, V. KURYLYAK, F. LOMBARDI, D. STOJANOVIC, J. DEN OUDEN, R. MOTTA, M. PACH, J. SKRZYSEWSKI, Q. PONETTE, G. DE STREEL, V. SRAMEK, T. CHAK, T. M. ZLATANOV, A. AVDAGIC, CH. AMMER, K. VERHEYEN, B. WLODZIMIERZ, A. BRAVO-OVIEDO und H. PRETZSCH (2017): EuMIXFOR empirical forest mensuration and ring width data from pure and mixed stands of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) through Europe. *Annals of Forest Science* **74**(63): S. 9 DOI 10.1007/s13595-017-0660-z.
- HILMERS, T., A. AVGADIĆ, L. BARTKOWICZ, K. BIELAK, F. BINDER, A. BONČINA, M. BOSELA, L. DOBOR, D. FORRESTER, M. HOBI, M. KLOPCIC, T. NAGEL, M. PACH, M. DEL RIO, B. STAJIĆ, E. UHL, T. ZLATANOV, R. TOGNETTI und H. PRETZSCH (revised): The productivity of mixed mountain forests consisting of *Picea abies*, *Abies alba* and *Fagus sylvatica* across Europe, *Forestry*, Oxford Academic Press.
- JACTEL, H., E. S. GRITTI, L. DRÖSSLER, D. I. FORRESTER, W. L. MASON, H. PRETZSCH und B. CASTAGNEYROL (2018): Positive diversity-productivity relationships in forests: climate matters, *Biology Letters* 20170747.

- JOHANN, K. (1982): Der „A-Wert“ – ein objektiver Parameter zur Bestimmung der Freistellungsstärke von Zentralbäumen. Proc Dt Verb Forstl Forschungsanst, Sek Ertragskd, in Weibersbrunn, pp 146–158.
- KLÄDTKE, J., U. KOHNLE, E. KUBLIN, A. EHRING, H. PRETZSCH, E. UHL, H. SPELLMANN und A. WELLER (2012): Wachstum und Wertleistung der Douglasie in Abhängigkeit von der Standraumgestaltung. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen **163(3)**, S. 96–104.
- KOTZE, H. und B. DU TOIT (2012): Silviculture of industrial pine plantations in Southern Africa, S. 133–150. In: BREDENKAMP, B. V. und UPFOLD, S. J. 2012 [eds.] South African Forestry Handbook, SAIF, The Southern African, Institute of Forestry, 5th Edition, Pinetown
- KÜSTERS, E., M. BACHMANN, L. STEINACKER, G. SCHÜTZE und H. PRETZSCH (2004): Die Kiefer im Rein- und Mischbestand: Produktivität, Variabilität, Wachstumstrend. Mitteilungen aus der Bayerischen Staatsforstverwaltung **52**: S. 345, ISSN 1616-511X.
- LIANG, J., T. W. CROWTHER, N. PICARD, S. WISER, M. ZHOU, G. ALBERTI, E.-D. SCHULZE, A. D. MCGUIRE, F. BOZZATO, H. PRETZSCH, S. DE-MIGUEL, A. PAQUETTE, B. HÉRAULT, M. SCHERER-LORENZEN, C. B. BARRETT, H. B. GLICK, G. M. HENGEVELD, G.-J. NABUURS, S. PFAUTSCH, H. VIANA, A. C. VIBRANS, C. AMMER, P. SCHALL, D. VERBYLA, N. TCHEBAKOVA, M. FISCHER, J. V. WATSON, H. Y. H. CHEN, X. LEI, M.-J. SCHELHAAS, H. LU, D. GIANELLE, E. I. PARFENOVA, C. SALAS, E. LEE, B. LEE, H. S. KIM, H. BRUELHEIDE, D. A. COOMES, D. PIOTTO, T. SUNDERLAND, B. SCHMID, S. GOURLET-FLEURY, B. SONKÉ, R. TAVANI, J. ZHU, S. BRANDL, J. VAYREDA, F. KITAHARA, E. B. SEARLE, V. J. NELDNER, M. R. NGUGI, C. BARALOTO, L. FRIZZERA, R. BALAZY, J. OLEKSYN, T. ZAWILA-NIEDŹWIECKI, O. BOURIAUD, F. BUSSOTTI, L. FINÉR, B. JAROSZEWICZ, T. JUCKER, F. VALLADARES, A. M. JAGODZINSKI, P. L. PERI, C. GONMADJE, W. MARTHY, T. O'BRIEN, E. H. MARTIN, A. R. MARSHALL, F. ROVERO, R. BITARIHO, P. A. NIKLAUS, P. ALVAREZ-LOAYZA, N. CHAMUYA, R. VALENCIA, F. MORTIER, V. WORTEL, N. L. ENGONE-OBIANG, L. V. FERREIRA, D. E. ODEKE, R. M. VASQUEZ, S. L. LEWIS und P. B. REICH (2016): Positive biodiversity-productivity relationship predominant in global forests. Science 354 (6309). doi:10.1126/science.aaf8957
- LONG, J. N. (1985): A practical approach to density management. The Forestry Chronicle **61(1)**, S. 23–27.
- LÜPKE, B. VON und SPELLMANN, H. (1997): Aspekte der Stabilität und des Wachstums von Mischbeständen aus Fichte und Buche als Grundlage für waldbauliche Entscheidungen. Forstarchiv **68(5)**, S. 167–179.
- LÜPKE, B. und H. VON SPELLMANN (1999): Aspects of stability, growth and natural regeneration in mixed Norway spruce-beech stands as a basis of silvicultural decisions. Management of mixed-species forest: silviculture and economics **15**, S. 245–267.
- NEWTON, P. F. (1997): Stand density management diagrams: Review of their development and utility in stand-level management planning. Forest Ecology and Management **98(3)**, S. 251–265.
- PERKINS, D., E. UHL, P. BIBER, B. DU TOIT, V. CARRARO, T. H. und H. PRETZSCH (2018): Impact of Climate Trends and Drought Events on the Growth of Oaks (*Quercus robur* L. and *Quercus petraea* (Matt.) Liebl.) within and beyond Their Natural Range. Forests 9(108): S. 25 DOI 10.3390/f9030108.
- PINHEIRO, J., D. BATES, S. DEBROY, D. SARKAR and R Core Team. `_nlme` (2017): Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. R package version 3.1-131, <URL: <https://CRAN.R-project.org/package=nlme>>
- PRETZSCH, H. (1985): Die Fichten-Tannen-Buchen-Plenterwaldversuche in den ostbayerischen Forstämtern Freyung und Bodenmais. Forstarchiv **56(1)**: S. 3–9.
- PRETZSCH, H. (1997): Analysis and modeling of spatial stand structures. Methodological considerations based on mixed beech-larch stands in Lower Saxony. Forest Ecology and Management **97**: S. 237–253.
- PRETZSCH, H. (2006) Species-specific allometric scaling under self-thinning: evidence from long-term plots in forest stands. Oecologia **146(4)**, S. 572–583.
- PRETZSCH, H. und P. BIBER (2005): A Re-Evaluation of Reineke's Rule and Stand Density Index, Forest Science **51(4)**: S. 304–320.
- PRETZSCH, H. und P. BIBER (2016): Tree species mixing can increase maximum stand density. Canadian Journal of Forest Research **46(10)**, S. 1179–1193.
- PRETZSCH, H. und E. K. ZENNER (2017): Toward managing mixed-species stands: from parametrization to prescription. Forest Ecosystems **4**: S. 19.
- PRETZSCH, H., H. UTSCHIG und M. BACHMANN (2002): Innovation durch Kontinuität – das ertragskundliche Versuchswesen in Bayern. In: BLEYMÜLLER, H., GUNDERMANN, E., BECK, E. (Hrsg.): 250 Jahre Bayerische Staatsforstverwaltung. – Rückblicke, Einblicke, Ausblicke – Mitteilungen aus der Bayerischen Staatsforstverwaltung **51(2)**: S. 425–443.
- PRETZSCH, H., M. NICKEL und E. DIETZ (2010a): Wachstum und waldbauliche Behandlung der Kirsche in Abhängigkeit von den Standortbedingungen. LWF Wissen **65**: S. 13–23.
- PRETZSCH, H., J. BLOCK, J. DIELER, P. H. DONG, U. KOHNLE, J. NAGEL, H. SPELLMANN und A. ZINGG (2010b): Comparison between the productivity of pure and mixed stands of Norway spruce and European beech along an ecological gradient. Annals of Forest Science **67(7)712**: S. 1–12.
- PRETZSCH, H., K. BIELAK, J. BLOCK, A. BRUCHWALD, J. DIELER, H. P. EHRHART, U. KOHNLE, J. NAGEL, H. SPELLMANN, M. ZASADA und A. ZINGG (2013a): Productivity of mixed versus pure stands of oak (*Quercus petraea* (Matt.) Liebl. and *Quercus robur* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) along an ecological gradient. European Journal of Forest Research **132(2)**: S. 263–280.
- PRETZSCH, H., K. BIELAK, A. BRUCHWALD, J. DIELER, M. DUDZINSKA, H. P. EHRHART, A. M. JENSEN, V. K. JOHANNSEN, U. KOHNLE, J. NAGEL, H. SPELLMANN, M. ZASADA und A. ZINGG (2013b): Mischung und Produktivität von Waldbeständen. Ergebnisse langfristiger ertragskundlicher Versuche. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, **184(7/8)**: S. 177–196.
- PRETZSCH, H., P. BIBER, G. SCHÜTZE, E. UHL und T. RÖTZER (2014): Forest stand growth dynamics in Central Europe have accelerated since 1870. Nature Communications **5(4957)**: S. 1–10.
- PRETZSCH, H., P. BIBER, E. UHL und E. DAUBER (2015a): Long-term stand dynamics of managed spruce-fir-beech mountain forests in Central Europe: structure, productivity and regeneration success. Forestry **88(4)**: S. 407–428
- PRETZSCH, H., M. DEL RÍO, Ch. AMMER, A. AVDAGIC, I. BARBEITO, K. BIELAK, G. BRAZAITIS, L. COLL, G. DIRNBERGER, L. DRÖSSLER, M. FABRIKA, D. I. FORRESTER, K. GODVOD, M. HEYM, V. HURT, V. KURYLYAK, M. LÖF, F. LOMBARDI, B. MATOVIĆ, F. MOHREN, R. MOTTA, J. DEN OUDEN, M. PACH,

- Q. PONETTE, G. SCHÜTZE, J. SCHWEIG, J. SKRZYSZEWSKI, V. SRAMEK, H. STERBA, D. STOJANOVIĆ, M. SVOBODA, M. VANHELLEMONT, K. VERHEYEN, K. WELLHAUSEN, T. ZLATANOV und A. BRAVO-OVIEDO (2015b): Growth and yield of mixed versus pure stands of Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) analysed along a productivity gradient through Europe. *Eur. J. Forest Res.* **134**(5): S. 927–947.
- PRETZSCH, H., D. I. FORRESTER und T. RÖTZER (2015c): Representation of species mixing in forest growth models. A review and perspective. *Ecological Modelling*, **313**, S. 276–292.
- PRETZSCH, H., G. SCHÜTZE und P. BIBER (2016): Zum Einfluss der Baumartenmischung auf die Ertragskomponenten von Waldbeständen, *Allg. Forst- u. Jagdzeitung* **187**(7/8): S. 122–135.
- PUKKALA, T., J. MIINA, M. KURTTILA und T. KOLSTRÖM (1998): A spatial yield model for optimizing the thinning regime of mixed stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies*. *Scandinavian Journal of Forest Research* **13**(1-4), S. 31–42.
- REINEKE, L. H. (1933): Perfecting a stand-density index for even-aged forests, *J Agr Res* **46**: S. 627–638.
- Schober, R. (1988a): Von der Niederdurchforstung zu Auslesedurchforstungen im Herrschenden. *AFJZ* **159** (9/10): S. 208–213.
- Schober, R. (1988b): Von Zukunfts- und Elitebäumen. *AFJZ* **159** (11/12): S. 239–249.
- SCHRÖPFER, R., H. UTSCHIG und T. ZANKER (2009): Das Fichten-Konzept der BaySF. *LWF aktuell* **68**: S. 7.
- SPELLMANN, H. und J. NAGEL (1996): Zur Durchforstung von Fichte und Buche. *Allgemeine Forst und Jagdzeitung* **167**, S. 6–15.
- STERBA, H. (1981): Natürlicher Bestockungsgrad und Reinekes SDI. *Cbl für das ges Forstwesen* **98**: S. 101–116.
- STERBA, H. (1987): Estimating potential density from thinning experiments and inventory data. *For Sci* **33** (4): S. 1022–1034.
- STERBA, H. und R. A. MONSERUD (1993): The maximum density concept applied to uneven-aged mixed stands. *For Sci* **39**: S. 432–452.
- STERBA, H., M. DEL RIO, A. BRUNNER und S. CONDES (2014): Effect of species proportion definition on the evaluation of growth in pure vs, mixed stands, *Forest Systems*, **23**(3), S. 547–559.
- THURM, E. A. und H. PRETZSCH (2016a): Improved productivity and modified tree morphology of mixed versus pure stands of European beech (*Fagus sylvatica*) and Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii*) with increasing precipitation and age. *Annals of Forest Science* **73**(4): S. 1047–1061.
- THURM, E. A. und H. PRETZSCH (2016b): Productivity and structural properties of mixed versus pure stands of European beech (*Fagus sylvatica* L.) and Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) depends on environmental conditions, *Ann For Sci*, doi, 10, *Annals of Forest Science*, DOI 10,1007/s13595-016-0588-8.
- THURM, A. E., E. UHL, P. BIBER und H. PRETZSCH (2017): Mixed Stands of Douglas-fir and European Beech Compared to Pure Stands – Patterns and Growth Analyses in Dependence of Site Conditions. *Forstliche Forschungsberichte München* **217**: S. 184.
- THURM, E. A., P. BIBER und H. PRETZSCH (2017): Stem growth is favored at expenses of root growth in mixed stands and humid conditions for Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii*) and European beech (*Fagus sylvatica*). *Trees* **31**(1): S. 349–366.
- TOÏGO, M., P. VALLET, T. PEROT, J. D. BONTEMPS, C. PIEDALU und B. COURBAUD (2015): Overyielding in mixed forests decreases with site productivity. *Journal of Ecology* **103**(2), S. 502–512.
- VALLET, P. und T. PEROT (2016): Tree diversity effect on dominant height in temperate forest, *Forest Ecology and Management* **38**: S. 106–114.
- WEETMAN, G. (2005): Partial cutting in the boreal: Some concerns, its history and its place in management, Lecture on workshop “Partial cutting in the eastern boreal forest: current knowledge and perspectives”. Univ of Québec at Temiskaming UQAT, Rouyn-Noranda, revised and updated Jan/05, UBC Vancouver, 29 p
- WELLHAUSEN, K., M. HEYM und H. PRETZSCH (2017): Mixed Stocks of Pine (*Pinus sylvestris* L.) and Spruce (*Picea abies* (KARST.) L.) Ecology, Yield and forestry Treatment From the Chair for Forest Growth Research at the Technical University of Munich, *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung* **188**(1-2), S. 3–34.
- WÖRDEHOFF, R., M. SCHMIDT, R. V. NAGEL und H. SPELLMANN (2014): Prognose der maximalen Bestandesgrundfläche mit Hilfe von Quantilsregressionen und Entwicklung eines grundflächengesteuerten Nutzungskonzeptes für die Baumarten Buche und Fichte in Nordwestdeutschland. *Tagung DVFFA – Sektion Ertragskunde – in Lenzen/Elbe. Tagungsbericht*, S. 88–92.
- ZEIDE, B. (1985): Tolerance and self-tolerance of trees. *For Ecol Mngt* **13**: S. 149–166.
- ZEIDE, B. (1987): Analysis of the 3/2 power law of self-thinning. *For Sci* **33**: S. 517–537.