

Gesetzmäßigkeit zwischen Bestandesdichte und Zuwachs. Lösungsansatz am Beispiel von Reinbeständen aus Fichte (*Picea abies* [L.] Karst.) und Buche (*Fagus sylvatica* L.)

Aus dem Lehrstuhl für Waldwachstumskunde der Technischen Universität München

(Mit 5 Abbildungen und 4 Tabellen)

Von H. PRETZSCH

(Angenommen Mai 2004)

SCHLAGWÖRTER – KEY WORDS

Durchforstung; stationäre Bestandesdichte; zuwachsoptimale Bestandesdichte; periodischer Zuwachs; Gesamtwuchsleistung; Dichte-Zuwachs-Modell; Szenarioanalysen.

Thinning; long-term stationary stand density; optimal stand density; current growth; cumulative volume growth; density-growth model; scenario analyses.

1. EINLEITUNG

Die Durchforstung ist in der Effizienz durch andere waldbauliche Maßnahmen kaum zu übertreffen. Durch die Entnahmen und gewinnbringende Lenkung des verbleibenden Bestandes kann der nötige Mitteleinsatz kompensiert oder sogar überkompensiert werden. Einen weiteren Vorzug gegenüber waldbaulichen Maßnahmen wie Düngung oder Unkrautbekämpfung bildet die größere Pflughöhe von Durchforstungen. Ganz umsonst sind diese Vorteile der Durchforstung allerdings nicht zu haben: Gewinnbringende Durchforstung setzt fundiertes Wissen über den Zusammenhang zwischen Dichte und Zuwachs voraus. Angesichts der überragenden Bedeutung der Dichte-Zuwachs-Beziehung erstaunt die bis dato kontroverse Einschätzung und fehlende theoretische Untermauerung dieser Beziehung. Dabei beschäftigt sich die Forstwissenschaft seit ihren Anfängen mit der Frage, ob die Holzproduktion von Wäldern durch Durchforstung angehoben werden kann, oder ob sie in unbehandelten Beständen maximal ist. Sollten unbehandelte Bestände maximalen Zuwachs erbringen und Durch-

forstungen Zuwachsminderung auslösen, so träge Dichte-Zuwachs-Kurve 1 zu (vgl. *Abb. 1*). Sie wird im Folgenden als ansteigende oder asymptotische Kurve bezeichnet. Ist hingegen maximaler Volumenzuwachs bei sub-maximaler Dichte zu erwarten, während maximale Dichte Zuwachsreduktionen verursacht, so trifft Dichte-Zuwachs-Beziehung 2 zu (vgl. *Abb. 1*). Sie wird als unimodale Kurve oder Optimumkurve bezeichnet.

ROUSSEAU's Gleichsetzung von «Natur» und «Vernunft» (1762) und sein Credo, wonach sich die Dinge, der Schöpferhand überlassen, am besten entwickeln, in Menschenhand jedoch unweigerlich zugrunde gehen, legte höchstmöglichen Holztrag selbstverständlich in unangetasteten Beständen mit natürlicher Dichte nahe. Warum sollte die Natur solche Bestandeglieder am Leben erhalten und in diese auch noch Stoffe investieren, die zu einer Minderung des Bestandeswachstums führen. Deshalb überwog zunächst die Auffassung, dass unbehandelte Bestände maximale Volumenleistung erbringen und jede Dichtereduktion zu Wachstumseinbußen führt (*Abb. 1*, Kurve 1). Dieser Auffassung widersprach HARTIG (1795, S. 17) in seiner Anweisung zu Taxation der Forsten „Wenn man einen Wald als Hochwald benutzt ... und periodisch die unterdrückt werdenden Stämme heraus haut, ... so erhält man nach Verhältnis ungleich mehr Holzmasse, als wenn man ... die Aushauung des von Zeit zu Zeit unterdrückt werdenden Holzes unterläßt.“ COTTA (1828, S. 103 ff.) teilte diese Auffassung. REVENTLOW (1879, S. 80–81), Pionier der starken Durchforstung, war die von HARTIG und COTTA vorgeschlagene Durchforstung zu schwach, er ging aber ebenso wie die Gründerväter der Forstwissenschaft von einer Optimumbeziehung zwischen Bestandesdichte und Zuwachs aus (*Abb. 1*, Kurve 2). Langfristige Durchforstungsversuche, die in Mitteleuropa seit Mitte des 19. Jahrhunderts von den forstlichen Versuchsanstalten angelegt wurden, bestätigten zunächst Kurve 2 (SCHWAPPACH, 1908, 1911). Es folgten dann aber langfristige Durchforstungsexperimente, von denen manche – auch in Abhängigkeit von der untersuchten Baumart – die Existenz einer Optimumbeziehung zwischen Dichte und Zuwachs bestätigten (ASSMANN, 1961; KRAMER, 1988; LANGSAETER, 1941; SCHOBER, 1979, 1980), andere in Frage stellen (SCHOBER, 1972; CURTIS et al., 1997; ZEIDE, 2001). Bis heute sind wir kaum darüber hinaus gekommen, die aufgedeckten Reaktionsmuster zu systematisieren und qualitativ zu beschreiben (OLIVER und LARSON, 1990). So nennen SMITH et al. (1997, S. 84–85) die zusammengetragenen Reaktionsmuster (u. a. Optimumkurve, monoton steigende Kurve) „alternative Interpretationen des Zusammenhanges zwischen Zuwachsproduktion des Bestandes und Bestandesdichte“. Die Ergebnisse von Douglasien-Durchforstungsversuchen im Pazifischen Nordwesten der USA lassen CURTIS et al. (1997) die Existenz einer Optimumbeziehung zwischen Dichte und Zuwachs erneut generell bezweifeln. Ist schon der experimentell vergleichsweise einfach zugängliche Zusammenhang zwischen Bestandesdichte und laufendem periodischen Zuwachs unverständlich, so ist gesichertes Wissen über den langfristigen Effekt verschiedener Dichtehaltungen noch spärlicher.

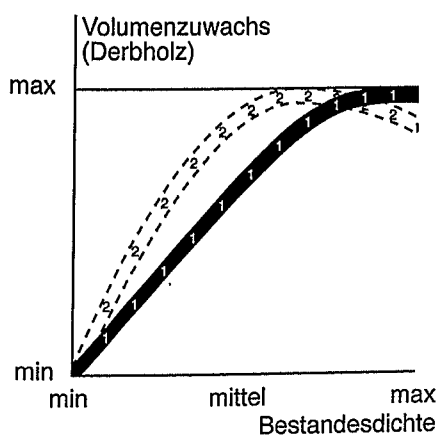


Abb. 1

Hypothesen über den Zusammenhang zwischen Bestandesdichte und Volumenzuwachs an Derbholz in schematischer Darstellung. Asymptotisch ansteigender Zuwachs bei Annäherung an die maximale Dichte (Kurve 1) und unimodale Optimumbeziehung (Kurve 2).

Hypotheses on the relationship between stand density and production of merchantable wood in schematic representation.

Asymptotic increasing pattern (curve 1) versus unimodal optimum pattern (curve 2).

Mit vorliegendem Aufsatz möchte ich zur quantitativen Klärung der Dichte-Zuwachs-Beziehung und ihrer theoretischen Untermauerung beitragen. In einem ersten Schritt wird die Beziehung zwischen Dichte und lfd. periodischem Zuwachs an Derbholzvolumen biometrisch formuliert. Dieser quantitative Dichte-Zuwachs-Zusammenhang wird dann in einem zweiten Schritt für die Analyse der Beziehung zwischen langfristiger Dichtehaltung und Wachstum eingesetzt. Hierdurch gelingt die Separierung kurzfristiger Zuwachseffekte nach Durchforstung von ihrer langfristigen Wirkung auf das Bestandeswachstum. Eine solche Unterscheidung ist elementar, weil sich die Zuwachsreaktion auf verschiedene Dichtehaltungen (z. B. maximale, zuwachsoptimale, stationäre Dichte) je nach Betrachtungszeitraum unterschiedlich darstellt.

2. MATERIAL UND METHODEN

Durchforstungsversuche

Mit Ausnahme der Versuchsfläche Paderborn 697 in Nordrhein-Westfalen liegen alle einbezogenen Fichten-Durchforstungsversuche im Pleistozän des bayerischen Alpenvorlandes, wo die Fichte natürlich verbreitet ist. Verwendet werden die 9 Versuchsflächen Sachsenried 2, Sachsenried 3, Denklingen 5, Ottobeuren 8, Sachsenried 67, Sachsenried 68, Eglharting 72, Eglharting 73 und Paderborn 697. Die Bestände stocken auf guten bis sehr guten Standorten (Tab. 1) und entsprechen im Höhenwachstum den Ertragsklassen I und II der Ertragstafel von WIEDEMANN (1936/1942) für mäßige Durchforstung. Die Versuchsbestände wurden künstlich begründet, die Versuche Sachsenried 03 und Sachsenried 67 durch Saat, alle anderen durch Pflanzung. Die Parzellengrößen reichen von 0,25 bis 0,5 ha. Der Pflanzverband war innerhalb der Versuchsanlagen derselbe, variierte aber zwischen den Versuchsflächen von 0,9 m x 0,9 m, 1,2 m x 1,2 m bis 1,4 m x 1,4 m. Die Versuchsflächen Denklingen 05, Egelharting 72 und Egelharting 73 gehen auf Wiederaufforstung nach Kahlschlag zurück, während alle anderen Anlagen Erstaufforstungen von Wiesen oder Ackerland darstellen.

Tab. 1

Basisdaten der zugrundeliegenden Durchforstungsversuche zu Fichte und Buche.

Essentials of the underlying thinning trials for Norway spruce and European beech.

| Kennwerte | Fichte | Buche |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Anzahl Versuche (Parzellen) | 9 (26) | 10 (30) |
| Lage, Längengrad | E08°52'08"-E11°51'13" | E07°55'07"-E11°11'22" |
| Lage, Breitengrad | N47°50'03"-N51°36'06" | N49°23'27"-N50°47'05" |
| Höhe über NN (m) | 340-840 | 360-610 |
| Jahresniederschlag (mm) | 830-1.200 | 710-1.080 |
| Jahresmitteltemperatur (°C) | 6.2-8.0 | 6.5-8.5 |
| Erste - jüngste Aufn. (Kalenderjahr) | 1883-2000 | 1871-2002 |
| Altersspanne (Jahre) | 32-143 | 38-179 |
| Mittelhöhe im Alter 100 (m) | 30.1-36.6 | 23.1-31.8 |
| SSDI (N·N ⁻¹) | 0.41-1.03 | 0.31-1.00 |
| q _d (cm·cm ⁻¹) | 0.30-1.04 | 0.32-1.15 |
| Beginn (Tumus) der Df. in Jahren | 32-43 (6.0) | 38-66 (6.7) |
| Mitteldurchmesser (cm) | 8.6-60.7 | 5.7-58.6 |
| Stammzahl (N·ha ⁻¹) | 232-7.428 | 88-11.242 |
| Grundfläche (cm ² ·ha ⁻¹) | 23.9-89.5 | 13.0-48.3 |
| SDI Mittel A-Grad (SDI _{max}) in N·ha ⁻¹ | 1.289 (1.549) | 808 (1013) |
| Vorrat Vf _{mD} (cm ³ ·ha ⁻¹) | 118-1.637 | 48-795 |
| Per. Zuwachs Vf _{mD} (cm ³ ·ha ⁻¹ ·a ⁻¹) | 6.7-28.8 | 4.2-18.0 |
| GWL Vf _{mD} (cm ³ ·ha ⁻¹) | 153-2.312 | 46-1.554 |

Die Buchenversuchsflächen liegen in Mitteldeutschland auf Keuper und Buntsandstein (Tab. 1). Einbezogen wurden die 10 Versuchsflächen Kirchheimbolanden 11, Waldbrunn 14, Fabrik-schleichach 15, Elmstein 20, Lohr 24, Mittelsinn 25, Rothenbuch 26, Hain 27, Haiger 333 und Saar Forst Süd 1606. Sie repräsentieren mittlere bis sehr gute Standorte. Ihre Höhenentwicklung entspricht den Ertragsklassen I bis III nach SCHÖBER (1972), mäßige Durchforstung. Auch die Buchenbestände sind weitgehend gleich-

altig, weil sie durch Schirmschlag nach HARTIG (1791) begründet wurden. Die Parzellengröße variiert zwischen 0,25 und 0,4 ha.

Aufgrund ihrer langen Beobachtungszeit (vgl. Tab. 1) wurden die Versuche wiederholt für die Entwicklung waldbaulicher Behandlungsrichtlinien und Ertragstafeln verwendet und waren Gegenstand zahlreicher Publikationen zum Wachstum der Fichte (z. B. ASSMANN, 1953, 1956, 1961; KRAMER, 1988; PRETZSCH und UTSCHIG, 2000; RÖHLE, 1994; SCHMIDT-VOGT, 1986; SCHÖBER, 1979, 1980) und Buche (FOERSTER, 1993; FRANZ et al., 1993; KENNEL, 1972; PRETZSCH, 2002; SCHÖBER, 1972). Deshalb stelle ich nur die wichtigsten Bestandeskennwerte vor (Tab. 1).

Behandlung der Versuchsflächen

Die Durchforstung der Versuchsflächen folgte dem Arbeitsplan des VEREINS DEUTSCHER FORSTLICHER VERSUCHSANSTALTEN (1902, S. 180-184), nach welchem A-, B- und C-Grad über die zu entnehmenden Baumklassen definiert sind. Diese historische, qualitative definierte Durchforstung quantifiziere ich im Folgenden hinsichtlich Art, Stärke und Intensität nach ASSMANN (1961, S. 208-213).

Die Art der Durchforstung bringt der Quotient q_d aus Mitteldurchmesser des ausscheidenden Bestandes/Mitteldurchmesser des verbleibenden Bestandes

$$q_d = d_{g, \text{aus}} / d_{g, \text{verbl.}} \quad (1)$$

zum Ausdruck. Für diese und alle folgenden Auswertungen stütze ich mich auf den Durchmesser des Grundflächenmittelstammes $d_g = \sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2 / n}$. Umso stärker die Durchforstung in die mittlere und obere Kronenschicht eingreift, umso höher wird der Quotient q_d. Für die Fichten-Durchforstungsversuche ergaben sich für A-, B- und C-Grad Mittelwerte von q_d = 0,63, 0,70 und 0,74 bei einem Wertebereich von 0,30-1,04. Die entsprechenden q_d-Werte für die Buche betragen für A-, B- und C-Grad q_d = 0,59, 0,71 und 0,76 bei einem Wertebereich von 0,32-1,15. Dass einzelne q_d-Werte 1,0 überschreiten, resultiert aus den Eingriffen in die herrschende und vorherrschende Bestandesschicht. Gemäß § 4 des Arbeitsplanes des VEREINS DEUTSCHER FORSTLICHER VERSUCHSANSTALTEN (1902, S. 181) schließt B- und C-Grad Durchforstung Entnahmen aus den Baumklassen 1 und 2 mit ein.

Ein geeignetes Maß für die Stärke der Durchforstung bildet der standardisierte Stand Density Index zu Beginn einer Beobachtungsperiode

$$SSDI = SDI_{Df} / SDI_{A-Grad} \quad (2)$$

d. h. der Quotient aus den SDI-Werten von durchforstetem Bestand und A-Grad-Bestand. SDI_{Df} wie SDI_{A-Grad} werden nach

$$SDI = N(25/d_g)^2 \quad (3)$$

berechnet (REINEKE, 1933). SDI_{Df} stützt sich auf den Mitteldurchmesser d_g und die Stammzahl N des durchforsteten Bestandes, SDI_{A-Grad} auf die Durchmesser-Stammzahl-Wertepaare der korrespondierenden A-Grad-Parzelle. Der Allometrikoeffizient r wurde für jeden Versuch individuell aus der A-Grad-Parzelle abgeleitet, also nicht nach REINEKE (1933) konstant als r = -1,605 angenommen. Die via Ordinary Least Square-Regression (OLS-Regression) berechneten individuellen r-Werte der A-Grade betragen für Fichte im Mittel (min-max) r = -1,664 (-1,757 bis -1,593), für Buche r = -1,789 (-2,027 bis -1,581).

Für Fichtenbestände beträgt SSDI im Mittel (min-max) 0,88 (0,66-1,03) für den B-Grad und 0,71 (0,41-0,91) auf den C-Grad-Parzellen. Für Buche belaufen sich die Werte auf 0,77 (0,58-1,00) für den B-Grad und 0,60 (0,31-0,83) für den C-Grad.

Die Intensität der Durchforstung kann durch Beginn und mittlere Frequenz der Eingriffe quantifiziert werden. Auf den Fichten-Durchforstungsversuchen begann die Steuerung im Alter von 32

bis 43 Jahren, die mittleren Eingriffsintervalle liegen bei 6,0 Jahren. Die Buchenbestände wurden ab Alter 38–66 im Durchschnitt alle 6,7 Jahre durchforstet.

Alle Auswertungen wurden mit SPSS (Version 11.5) durchgeführt. In die Modellansätze werden nur Variablen mit signifikantem Erklärungsbeitrag ($p < 0,05$) einbezogen; alle Modelle sind auf dem Niveau $p < 0,001$ gesichert. Je nach Frage der Auswertung mussten Ausreisser eliminiert, Aufnahmen wegen Störungen ausgenommen oder wegen unvollständiger Aufnahme entfernt werden, sodass der Stichprobenumfang für die Modellentwicklung variiert. Alle Volumenangaben beziehen sich auf Derbholz über 7 cm in $[m^3 ha^{-1}]$.

Gesamtwuchsleistung bei A-, B- und C-Grad-Durchforstung

Ausgehend von den bis zu 131 Jahre langen Messreihen wird die Gesamtwuchsleistung (Derbholz über 7 cm Minimaldurchmesser in $m^3 ha^{-1}$) der B- und C-Grade in Relation zum A-Grad gesetzt. Die resultierenden Mittelwerte (\pm Standardabweichung) der relativen Gesamtwuchsleistung (rel. GWL) sind auf Abbildung 2 für B- und C-Grad über 10 Jahre breiten Altersklassen dargestellt. Halb ausgefüllte und leere Symbole geben die relative Gesamtwuchsleistung des B- bzw. C-Grades an.

Im Mittel hebt die mäßige Durchforstung (B-Grad) die Gesamtwuchsleistung der Fichte in der Altersklasse 30–39 um 7% über den A-Grad an (Abb. 2, links). Bis in die Altersphase >130 geht diese Überlegenheit der mäßigen Durchforstung auf 2% zurück. Die Überlegenheit der Gesamtwuchsleistung des B-Grades im Vergleich zum A-Grad ist im gesamten Beobachtungszeitraum signifikant ($p < 0,05$). Starke Durchforstung (C-Grad) hebt die Gesamtwuchsleistung im Alter 30–39 um 3–5% über den A-Grad an. In den Folgeperioden verursacht sie jedoch einen Abfall von 2–3% unter die Referenz-Werte des A-Grades. Die Überlegenheit des C-Grades gegenüber dem A-Grad ist bis zum Alter 39 signifikant ($p < 0,05$); die Unterlegenheit ist in der Altersphase von 80–130 Jahren signifikant.

In jungen Buchenbeständen hebt die B-Grad-Behandlung die Gesamtwuchsleistung um 6% an; die Überlegenheit gegenüber dem A-Grad ebbt aber in alten Beständen auf durchschnittlich 2% ab. Die Variation der Durchforstungsreaktion und die resultierenden Standardfehler sind wesentlich größer als bei Fichte. Starke Durchforstung (C-Grad) hebt die Gesamtwuchsleistung in der Jugendphase um 1–3% an, mindert sie in der Altersphase aber um 4–6% im Vergleich zum A-Grad.

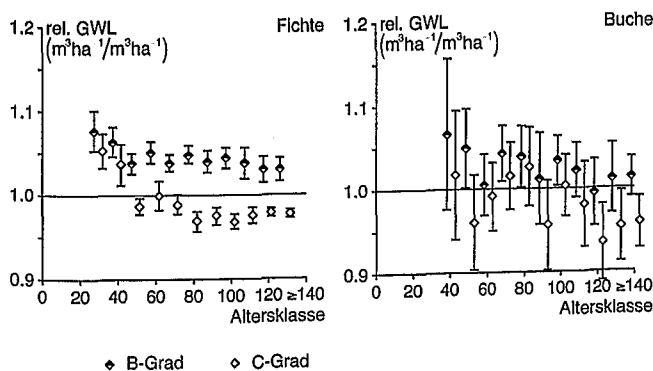


Abb. 2

Mittelwert und Standardfehler der Gesamtwuchsleistung von B- und C-Grad (halb ausgefüllte bzw. leere Symbole) in Relation zum A-Grad (1,0-Linie). Dargestellt ist die relative Gesamtwuchsleistung (rel. GWL) für 10 Jahre breite Altersklassen.

Mean and standard error of relative cumulative volume (rel. GWL) over 10 years wide age classes for B- and C-grade (half filled and empty symbols, resp.) in relation to A-grade (1,0-line).

Hinter den dargestellten Mittelwerten und Standardabweichungen stecken Volumenzuwachsreaktionen, die bei der Fichte von -11% bis $+30\%$ und bei der Buche von -27 bis $+55\%$ reichen. Diese Ergebnisse unterstreichen, dass Durchforstung sowohl positive als auch negative Abweichungen vom A-Grad auslösen kann. Eine Gruppierung der Bestände nach ihrer Standortgüte (Höhe im Alter 100) zeigen für Fichte besonders positive Zuwachsreaktionen (im Vergleich zum A-Grad) auf ungünstigen Standorten und negative Reaktionen unter günstigen Standortbedingungen. Im Gegensatz dazu wird die Gesamtwuchsleistung der Buche durch Durchforstung auf günstigen Standorten eher angehoben und auf ungünstigen Standorten eher gemindert. Diese differenzierten Befunde der deskriptiven Auswertung, über welche an anderer Stelle berichtet wird (PRETZSCH, 2003, 2004), mündeten in dem bonitäts- und altersabhängigen Dichte-Zuwachs-Modell (vgl. Gleichung [4], Abschn. 3). Blieben die Standortunterschiede bei zusammenfassender Datenauswertung unberücksichtigt, so würden sich negative und positive Zuwachsreaktionen auf Durchforstungen kompensieren und standort- und artspezifische Reaktionsmuster verschleiert bleiben.

Bestandesdichte SSDI und relativer periodischer Volumenzuwachs ZREL

Ob sich die überlegene Gesamtwuchsleistung des B-Grades im Vergleich zum A-Grad auch im mittleren periodischen Volumenzuwachs widerspiegelt, kann auf der Grundlage von 301 bzw. 290 Zuwachs-Bestandesdichte-Wertepaaren für Fichte bzw. Buche untersucht werden. Für die folgende Untersuchung wurden für alle Zuwachsperioden mit einer Länge > 5 Jahre die relativen periodischen Volumenzuwächse ZREL ($ZREL = Z_{DF}/Z_{A-Grad}$) und die standardisierten Bestandesdichtewerte SSDI ($SSDI = SDI_{DF}/SDI_{A-Grad}$) berechnet. Die Durchforstungsversuche für Fichte decken ein engeres Spektrum von Bestandesdichten und Zuwachsreaktionen im Vergleich zur Buche ab, obwohl auf beide Arten dieselben Durchforstungsgrade A-, B- und C-Grad angewendet wurden (Abb. 3). Für beide Arten überschreiten die Punktwolken der relativierten Dichte-Zuwachs-Wertepaare die 1,0-Linie des A-Grades. Geringe Bestandesdichten reduzieren die Volumenzuwächse demnach unter 1,0, mittlere Dichten können sowohl Zuwachsanstiege als auch Zuwachsminderungen gegenüber dem A-Grad bewirken. Da die A-Grad-Parzellen immer als Referenz eingesetzt werden, betragen dort ZREL und SSDI gleich 1,0. Die Feststellung, dass in mäßig und stark durchforsteten Fichten- bzw. Buchenbeständen der relati-

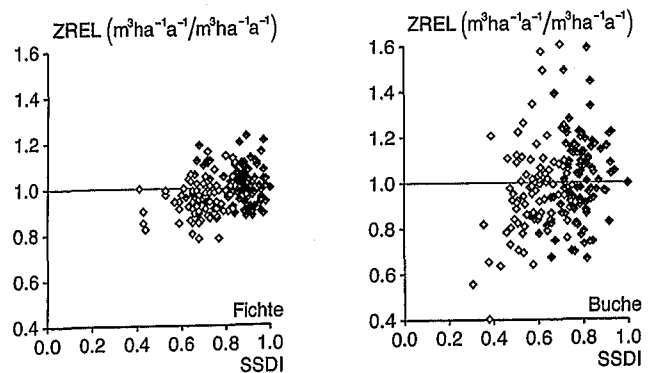


Abb. 3

Relativer periodischer Volumenzuwachs (ZREL) durchforsteter Fichten- und Buchenbestände, dargestellt über der Bestandesdichte (SSDI). ZREL von B- und C-Grad werden durch halb ausgefüllte bzw. leere Symbole repräsentiert. Für A-Grade gilt $SSDI = 1,0$ und $ZREL = 1,0$. Relative periodic annual increment (ZREL) over stand density (SSDI) on thinned plots of Norway spruce and European beech. ZREL of B-, and C-grade are represented by half filled and empty symbols, resp. For A-grades $SSDI = 1,0$ and $ZREL = 1,0$.

ve Volumenzuwachs ZREL in 40% bzw. 46% der Fälle über der 1,0-Linie liegt, während nur in 60% bzw. 54% der Fälle Zuwachsminderungen gegenüber dem A-Grad festzustellen sind, belegt, dass Durchforstungen sowohl deutliche Zuwachsanstiege als auch -verluste auslösen können.

3. ERGEBNISSE

In einem ersten Schritt wird die Beziehung zwischen Dichte und periodischem Zuwachs, für welche ASSMANN (1961) zahlreiche qualitative Befunde zusammengetragen, quantitativ formuliert. Dieser quantitative Dichte-Zuwachs-Zusammenhang wird dann in einem zweiten Schritt für die Analyse der Beziehung zwischen langfristiger Dichtehaltung und Wachstum eingesetzt. Es wird also separiert zwischen kurzfristigem Zuwachseffekt nach Durchforstung und der langfristigen Wirkung auf das Bestandeswachstum. Eine solche Unterscheidung ist wichtig, weil sich Durchforstungseffekte in Abhängigkeit vom Betrachtungszeitraum unterschiedlich darstellen.

Bestandesdichte und periodischer Zuwachs

Um den Einfluss von Bestandesdichte, Standortgüte und ontogenetischem Stadium auf den relativen periodischen Volumenzuwachs abzubilden, wurde folgendes Modell entwickelt

$$ZREL = e^{(a+bln(SSDI)+cSSDI+dln(d_g)ln(SSDI)+eln(h100)ln(SSDI))} \quad (4)$$

ZREL gibt den relativen periodischen Volumenzuwachs an Derbholz an, SSDI bezeichnet die Bestandesdichte (vgl. Gleichung [2]) zu Beginn der jeweiligen Zuwachsperiode, h100 bringt die Mittelhöhe im Alter 100 zum Ausdruck (Indikator für die Standortgüte) und d_g bezeichnet den Mitteldurchmesser zu Beginn der Zuwachsperiode (Indikator für das Altersstadium). Um Mißverständnissen vorzubeugen sei nochmals hervorgehoben, dass h100 hier die Höhe des Grundflächenmittelstammes im Alter 100 bezeichnet, und nicht etwa die Oberhöhe oder Spitzenhöhe (h_0 bzw. h_{100}). Modell (4) ist flexibel genug, um sowohl asymptotisch ansteigende Kurvenverläufe

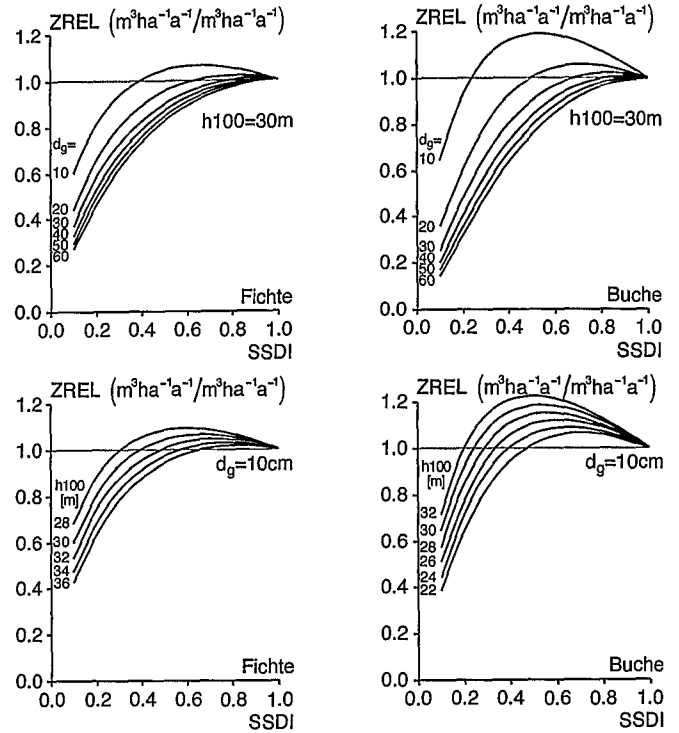


Abb. 4

Zusammenhang zwischen relativer Bestandesdichte (SSDI) und relativem Volumenzuwachs (ZREL) für Bestände verschiedener Mitteldurchmesser (d_g) und Mittelhöhe im Alter 100 (h100). Dargestellt ist der Effekt von d_g (10 ... 60 cm), wenn h100 = 30 m (oben) und der Effekt von h100 (22 ... 36 m), wenn d_g = 10 cm (unten).

Relationship between stand density (SSDI) and relative volume increment (ZREL) for stands of different quadratic mean diameter (d_g) and mean height at age 100 (h100). Effect of d_g (10 ... 60 cm), if h100 = 30 m (above). Effect of h100 (22 ... 36 m), if d_g = 10 cm (below).

Tab. 2

Parameter (\pm Standardfehler), Stichprobenumfang (n) und Bestimmtheitsmaß (R^2) für die Modelle (4), (8), (9), (10) und (11) gesondert für Fichte und Buche. Vor der Anpassung über OLS-Regression wurden die Modelle (4), (8), (9) und (10) logarithmisch transformiert (4), $\ln(ZREL) = a + bln(SSDI) + cSSDI + dln(d_g)ln(SSDI) + e ln(h100)ln(SSDI)$, (8) $\ln(v) = f + gln(d_g)$, (9) $\ln(z_{A-Grad}) = h + iln(v) + j h100$, (10) $\ln(N_{A-Grad}) = k + lln(d_g)$ und (11) $q_d = m - n SSDI$.

Estimated parameters (\pm standard error), sample size (n) and adjusted R square (R^2) for Equations (4), (8), (9), (10) and (11) displayed for Norway spruce and European beech.

For fitting via OLS regression (4), (8), (9) und (10) were linearized by logarithmic transformation (4), $\ln(ZREL) = a + bln(SSDI) + cSSDI + dln(d_g)ln(SSDI) + e ln(h100)ln(SSDI)$,

(8) $\ln(v) = f + gln(d_g)$, (9) $\ln(z_{A-Grad}) = h + iln(v) + j h100$, (10) $\ln(N_{A-Grad}) = k + lln(d_g)$ und (11) $q_d = m - n SSDI$.

| Gleichung | Fichte | a | b | c | d | e | n | R ² | |
|-----------|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------|----------------|----------------|
| | | (4) | 0,851±0,299 | -2,639±0,932 | -0,845±0,302 | 0,191±0,051 | | | 0,810±0,304 |
| | Buche | 1,332±0,329 | 2,309±0,949 | -1,332±0,335 | 0,365±0,069 | -0,717±0,293 | 290 | 0,23 | |
| Gleichung | Fichte | f | g | h | | | | n | R ² |
| | | (8) | -5,031±0,293 | 0,526±0,013 | 0,032±0,008 | 101 | 0,95 | | |
| | Buche | -4,855±0,324 | 0,619±0,020 | 0,023±0,011 | 93 | 0,92 | | | |
| Gleichung | Fichte | i | j | | | | n | R ² | |
| | | (9) | 12,50±0,009 | -1,664±0,012 | 131 | 0,97 | | | |
| | Buche | 12,43±0,009 | -1,789±0,015 | 119 | 0,96 | | | | |
| Gleichung | Fichte | k | l | | | | n | R ² | |
| | | (10) | -9,262±0,037 | 2,702±0,011 | 334 | 0,99 | | | |
| | Buche | -9,477±0,044 | 2,788±0,014 | 324 | 0,99 | | | | |
| Gleichung | Fichte | m | n | | | | n | R ² | |
| | | (11) | 0,971±0,044 | -0,327±0,049 | 300 | 0,13 | | | |
| | Buche | 0,972±0,037 | -0,368±0,045 | 260 | 0,20 | | | | |

fe als auch unimodale Dichte-Zuwachs-Kurven nachbilden zu können (vgl. Abb. 1, Kurve 1 bzw. 2). Neben der einfachen Wirkung von SSDI auf ZREL enthält das Modell Wechselwirkungs-Terme $\ln(d_g) \times \ln(SSDI)$ und $\ln(h100) \times \ln(SSDI)$, welche den Einfluss des Altersstadiums und der Standortgüte (h100) auf die Dichte-Zuwachs-Beziehung nachbilden. Tabelle 2 zeigt die Parameter und statistischen Maßzahlen der Modellanpassung, die durch OLS-Regression auf der Grundlage des logarithmierten Modells (4) erfolgte (vgl. Legende Tab. 2). Abbildung 4 spiegelt das Modellverhalten bei Variation des Mitteldurchmessers d_g (oben) und der Standortgüte h100 (unten) wider. Beide Baumarten gleichen sich darin, dass ihre Dichte-Zuwachs-Kurven in der Jugend die 1,0-Linie deutlich überschreiten, mit zunehmendem Mitteldurchmesser aber immer flacher werden. Demgegenüber reagieren Fichte und Buche auf Veränderung der Standortbedingungen entgegengesetzt: Je besser die Standortbedingungen, um so flacher sind die Dichte-Zuwachs-Kurven bei der Fichte. In jungen Beständen, auf ungünstigen Standorten, bewirken mäßige bis starke Durchforstungseingriffe (SSDI = 0,7 bis 0,8) Zuwachsstörungen von 10%, während auf günstigen Standorten dieselbe Behandlung Zuwachsverluste von 5 bis 10% auslöst. Bei Buche sind ungünstige Standortbedingungen mit flacheren Dichte-Zuwachs-Kurven verbunden, günstige Standorte mit stärker gewölbten. Auf armen Standorten können Dichteminderungen demnach von der Fichte besser und von der Buche weniger gut abgepuffert werden. Die Interpretation des Modellverhaltens beschränkt sich auf den mit Beobachtungen abgedeckten Wertebereich von SSDI = 0,41–1,03 bei der Fichte und SSDI = 0,31–1,00 bei der Buche (vgl. Tab. 1).

Um die Bestandesdichte $SSDI_0$ abzuleiten, welche den maximalen periodischen Volumenzuwachs erbringt, wird von Gleichung (4) die erste Ableitung nach $SSDI$ gebildet

$$ZREL' = (b/SSDI + c + d \ln(d_g)/SSDI + e \ln(h100)/SSDI) e^{(a+b \ln(SSDI) + cSSDI + d \ln(d_g) \ln(SSDI) + e \ln(h100) \ln(SSDI))}$$

und gleich 0 gesetzt. Daraus resultiert $(b/SSDI + c + d \ln(d_g)/SSDI + e \ln(h100)/SSDI) = 0$ und nach Umformung

$$SSDI_0 = \frac{b + d \ln(d_g) + e \ln(h100)}{-c} \quad (5)$$

Im Folgenden wird die zuwachsoptimale Dichte mit $SSDI_0$ bezeichnet; der damit verbundene optimale Zuwachs wird $ZREL_0$ genannt. Durch Einsetzen der artspezifischen Parameter (vgl. Tab. 2) in Gleichung (5) wird deutlich, dass sich die Lage des $ZREL_0$ -Maximums während der Bestandesentwicklung (mit zunehmendem d_g) in Richtung maximaler Dichte verschiebt, denn d ist für beide Baumarten positiv. Parameter e hingegen ist für Fichte positiv und für Buche negativ, d. h. je günstiger die Standortbedingungen (repräsentiert durch $h100$), um so weiter wird $SSDI_0$ in Fichtenbeständen nach rechts und in Buchenbeständen nach links verschoben. Die Berechnung von optimaler Dichte $SSDI_0$ und dabei zu erwartendem Zuwachs $ZREL_0$ für verschiedene Kombinationen von d_g und $h100$ nach Gleichungen (4) und (5) und die Zusammenstellung der Ergebnisse in den Tabellen 3 und 4 verdeutlicht diese Zusammenhänge für Fichte und Buche. Die Treppenlinie trennt d_g - $h100$ -Kombinationen, für welche $SSDI_0 < 1,0$ von jenen mit $SSDI_0 > 1,0$. Im ersten Fall weisen die Bestände unimodale Dichte-Zuwachs-Beziehungen aus (vgl. Abb. 1, Kurve 2) im zweiten Fall degressiv steigende Zuwächse (vgl. Kurve 1). Die Lage von $SSDI_0$ unter 1,0 ist gleichbedeutend mit $ZREL_0 > 1,0$, und vice versa. In jungen Fichtenbeständen ($d_g = 10$ cm), auf ungünstigen Standorten ($h100 = 28$ m) vermögen Dichtereduktionen auf $SSDI_0 = 0,59$ den Zuwachs auf 109% zu steigern. Innerhalb des mit Werten abgedeckten Standortsspektrums ($h100 = 28-36$ m) und Dimensionsspektrums ($d_g = 10-60$ cm) nähern sich die optimale Dichte $SSDI_0$ und der maximale Zuwachs $ZREL_0$ mit fortschreitender Bestandesentwicklung und zunehmender Standortgüte dem Wert 1,0 an. In jungen Buchenbeständen ($d_g = 10$ cm), auf günstigen Standorten ($h100 = 32$ m) steigt der Zuwachs $ZREL_0$ bei zuwachsoptimaler Bestandesdichte von $SSDI_0 = 0,50$ bis auf 123% in Relation zum A-Grad an.

Gesamtwuchsleistung bei stationärer und zuwachsoptimaler Dichte

Die Einbindung der Modelle (4) und (5) in einen Algorithmus der Bestandesentwicklung (vgl. Anhang) macht den Effekt der Dichte-Zuwachs-Beziehung auf die Bestandesentwicklung bei verschiedenen Dichtehaltungen transparent. Im Folgenden wird der Effekt langfristig stationärer Dichtehaltung und zuwachsoptimaler Dichte auf die Gesamtwuchsleistung analysiert. Die Modelle (4) und (5) werden eingesetzt, um andere als die auf den Versuchsfeldern ausgeführten Behandlungsprogramme nachzubilden. Möglich wird dies durch Vorgabe von Anfangswerten $h100$, d_g und zu prüfender Dichtehaltung und anschließender Lösung des im Anhang dargestellten Algorithmus durch numerische Integration in 5-Jahres-Schritten. Die unterstellten Dichtetrajektorien bleiben innerhalb des Dichtespektrums der Versuche.

Für Fichtenbestände ($h100 = 30$ m) und Buchenbestände ($h100 = 26$ m) wird zunächst der Effekt langfristig stationärer Dichtehaltung ($SSDI = 1,0, 0,9 \dots 0,5$) auf die Gesamtwuchsleistung geprüft (Abb. 5, oben). Bei der Fichte (links) lässt sich die Gesamtwuchsleistung in der Jugendphase bis auf 130% anheben, bis zum Alter 120 geht sie aber auf 105% des A-Grades zurück. Während die Möglichkeiten einer längerfristigen Steigerung der Gesamtwuchs-

leistung auf wenige Prozent begrenzt sind, können stationäre Dichten von $SSDI = 0,5-0,6$ Verluste im Vergleich zum A-Grad von 10-20% auslösen. Solange die stationäre Dichte nahe $SSDI = 1,0$ gehalten wird, reagiert die Fichte in der Jugend kaum, die Gesamtwuchsleistung bleibt aber bis ins Alter nahe 100%. Bei Senkung der Dichte bis auf $SSDI = 0,5$ steigt die Gesamtwuchsleistung zwar durch Wuchsbeschleunigungseffekt in der Jugend auf 110-115% an, in der Folgezeit geht sie aber bis auf 80% zurück. Je stärker die Wuchsbeschleunigung in der Jugend, umso steiler der Rückgang im Alter. Behandlung in der Jugendphase und Reaktionsfähigkeit im Alter stehen also in engem Zusammenhang. Buchenbestände (rechts) können Dichtereduktionen noch wirksamer abpuffern oder durch Mehrzuwachs überkompensieren. Wird die stationäre Dichte von $SSDI = 1,0$ auf 0,5 abgesenkt, so steigert das die Gesamtwuchsleistung in der Jugend auf bis zu 130%. Diese Steigerung verebbt bei der Buche langsamer als bei Fichte. Bei Dichten über $SSDI = 0,7$ liegt die Gesamtwuchsleistung auch in der Altersphase noch bei 101-103% des A-Grades.

Auf der Grundlage von Gleichung (5) lässt sich auch die Gesamtwuchsleistung bei zuwachsoptimaler Dichtehaltung abbilden (Abb. 5, unten). Die Berechnung erfolgt für Fichtenbestände mit $h100 = 28 \dots 36$ m und Buchenbestände mit $h100 = 22 \dots 32$ m. Bei Fichte (links) hebt die zuwachsoptimale Dichtehaltung die Gesamtwuchsleistung in der Jugend bis auf 115% des A-Grades an; diese Überlegenheit gegenüber dem A-Grad verebbt jedoch mit

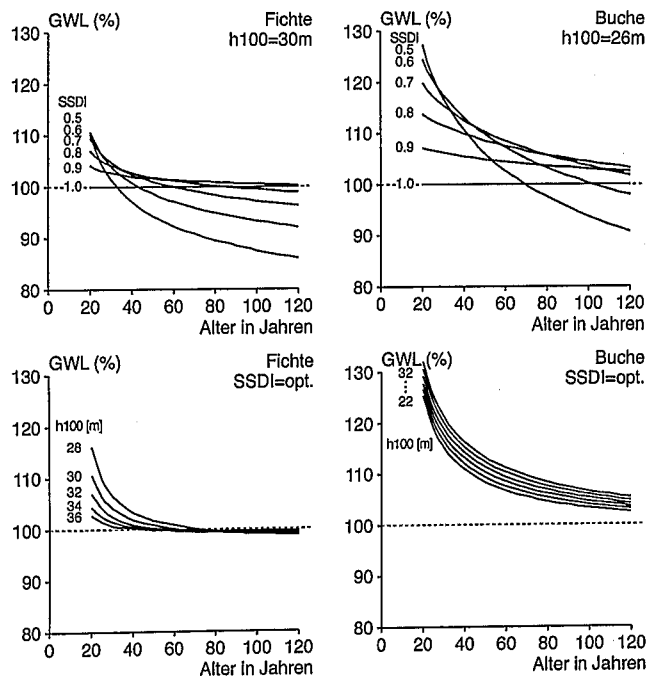


Abb. 5

Gesamtwuchsleistung durchforsteter Fichten- und Buchenbestände in Relation zum A-Grad (100%-Linie) bei stationärer Dichte (oben) und zuwachsoptimaler Dichtehaltung (unten).

Die Wirkung stationärer Dichte $SSDI = 1,0, 0,9, 0,8, \dots 0,5$ ist für Fichtenbestände mit $h100 = 30$ m bzw. Buchenbestände mit $h100 = 26$ m gezeigt (oben). Die Wirkung zuwachsoptimaler Dichte $SSDI_0$ für $h100 = 28-36$ m und $22-32$ m für Fichte bzw. Buche (unten).

Cumulative volume growth for Norway spruce and European beech stands with stationary level of density (above) and optimal density (below) in relation to A-grade (100 %-line).

The effect of stationary levels of density $SSDI = 1,0, 0,9, 0,8, \dots 0,5$ is displayed for spruce stands with $h100 = 30$ m and beech stands with $h100 = 26$ m (above). Expected cumulative volume for optimal density, with respect to current growth is depicted for $h100 = 28-36$ m and $22-32$ m, resp. (below).

fortschreitender Bestandesentwicklung. Die Möglichkeiten der Steigerung in der Jugendphase sind bei geringer Standortqualität wesentlich höher als auf günstigen Standorten. Im Alter 20 beläuft sich die zuwachsoptimale Dichte für Fichtenbestände mit $h_{100} = 28$ m auf $SSDI_0 = 0,48$ für jene mit $h_{100} = 36$ m auf $SSDI_0 = 0,79$; im Alter 120 betragen die entsprechenden $SSDI_0$ -Werte 0,90 bzw. 1,0. Zuwachsoptimale Behandlung erbringt demnach zwar Periode für Periode den jeweils höchstmöglichen relativen Zuwachs, vermag die Gesamtwuchsleistung bis zum Alter 120 aber nicht über 100% anzuheben. Zuwachsoptimale Dichtehaltung erbringt also nicht zwangsläufig auch die höchste Gesamtwuchsleistung. Andersherum betrachtet sind selbst bei starken Eingriffen in der Jugend und Lenkung des Zuwachses auf ein ausgewähltes Teilkollektiv (Z-Bäume, Ausleseebäume) keine größeren Einbußen an Gesamtwuchsleistung hinzunehmen, wenn später schwächere Eingriffe folgen (gestaffelte Durchforstung).

In Buchenbeständen (rechts) vermag zuwachsoptimale Durchforstung mit anfänglichen Dichten von $SSDI_0 = 0,43-0,48$ und Anstieg der Dichte im Alter auf 0,88–0,98 die Gesamtwuchsleistung während der gesamten Bestandesentwicklung über jene des A-Grades anzuheben. In der Jugend liegen die Gesamtwuchsleistungen bei dem betrachteten Bonitätsspektrum ($h_{100} = 22$ m–32 m) bei 125–130%, im Alter bei 103–105%. Im Unterschied zur Fichte ist die Wuchsbeschleunigung bei der Buche auf günstigen Standorten größer als auf ungünstigen.

4. DISKUSSION

Die in der Praxis gewählten Bestandesdichten hängen von der Zielhierarchie der Betriebsleitung ab, z. B. von der Bedeutung der Volumenproduktion (Derbholz, Papierholz, Brennholz, Kohlenstoffbindung), von der Gewichtung der Wertholzproduktion (Bauholz, Furnierholz usw.) oder auch von der Bedeutung der Risikovorsorge (Stabilisierung gegenüber Sturm, Erosionsschutz usw.). Präferiert werden zumeist mittlere Bestandesdichten. Weniger häufig sind extrem dichte oder solitärartig behandelte Bestände. Das vorgestellte Modell macht art-, standort- und altersspezifische Zuwachsreaktionen für ein breites Spektrum von Dichtehaltungen transparent, und quantifiziert insbesondere die Spätfolgen früher und starker Eingriffe für die weitere Bestandesentwicklung.

Das Modell führt scheinbar widersprüchliche Reaktionsmuster, die bisher auf unterschiedlichen Standorten (u. a. ASSMANN, 1961; BRYNDUM, 1987; PARDÉ, 1979) oder in zeitlichem Nacheinander auf ein und demselben Standort (u. a. CURTIS et al., 1997; VON GADOW, 1987; NELSON, 1961) gefunden wurden zu einem Gesamtbild zusammen. Das gelingt allein dank der breiten Datenbasis. Diese deckt die Dichte-Zuwachs-Reaktion für verschiedene ontogenetische Stadien und Standortbedingungen ab. Der Zuwachs bei zunehmender Bestandesdichte folgt prinzipiell einer unimodalen Optimumkurve (Abb. 1, Kurve 2). Je nach Dichtespektrum, Altersphase oder Standortgüte eines betrachteten Bestandes sehen wir unterschiedliche Ausschnitte des Kurvenverlaufs; vergleichbar mit der scheinbaren Kurvenvielfalt, die sich ergibt, wenn wir durch kleine Fenster hindurch Ausschnitte eines Regenbogens betrachten.

Voraussetzung für die Aufdeckung der Dichte-Zuwachs-Beziehung

Das Modell stützt sich auf den Stand Density Index und den standardisierten Stand Density Index (SSDI), da diese Dichtemaße die allometrische Phase eines Bestandes in die Dichteschätzung mit einbeziehen. Indem der standortspezifische Allometrikoeffizient anstelle des von REINEKE (1933) generalisierten Wertes von $r = -1,605$ aus den A-Graden abgeleitet wurde, verwende ich ein wesentlich adäquateres und stabileres Maß für die Bestandesdichte, als es die Bestandesgrundfläche wäre (ZEIDE, 2001, 2002; AVERY

und BURKHART, 2002). Allerdings spiegeln A-Gradflächen die maximale Dichte nur annähernd wider, weil auf ihnen definitionsgemäß tote, absterbende und kranke Bäume entnommen werden. Demnach können völlig unbehandelte Bestände die Dichte von $SSDI = 1,0$ in gewissem Maße noch überschreiten. Die korrespondierenden Zuwachswerte für $SSDI > 1,0$ lassen sich in solchen Fällen aber mit dem Modell (4) extrapolieren. Ein weiterer Grund für die Relativierung von Bestandesdichte und Volumenzuwachs ($SSDI$ bzw. $ZREL$) bestand darin, auf diese Weise anthropogen veränderte Wuchsbedingungen (PRETZSCH, 1999; SPIECKER et al., 1996; RÖHLE, 1994) zu eliminieren.

Die Abhängigkeit der Dichte-Zuwachs-Reaktion von der ontogenetischen Entwicklungsphase des Bestandes fließt durch den Mitteldurchmesser d_g zu Beginn der Zuwachsperiode in das Modell ein. Die Verwendung von d_g als Modellvariable erhöht die Anwendbarkeit des Modells, da der Mitteldurchmesser im Rahmen von Inventuren meist gemessen, das Bestandesalter jedoch nur geschätzt wird. Im Gegensatz zum Bestandesalter trägt d_g signifikant ($p < 0,05$) zur Schätzung des relativen Zuwachses $ZREL$ bei (vgl. Modell [4], Tab. 2). Der Mitteldurchmesser d_g – und nicht das faktische Bestandesalter – erwies sich als geeignet dafür, die Rückkopplung zwischen Zuwachs und Dichte bei fortschreitender Bestandesentwicklung aufzudecken und nachzubilden. Angenommen einen jungen Buchenbestand ($d_g = 10$ cm, $h_{100} = 32$ m) würde eine starke Durchforstung auf $SSDI = 0,50$ reduzieren, dann würde dessen mittlerer periodischer Zuwachs auf 123% des A-Grades angehoben (vgl. Tab. 3 und 4). Diese Steigerung des Volumenzuwachses beschleunigt gleichzeitig den Zuwachs von d_g und verursacht eine raschere Entwicklung des Bestandes, sodass seine Reaktionsfähigkeit nach Durchforstungen rascher abklingt, als jene unbehandelter Bestände. Umso stärker das Wachstum über Durchforstungen beschleunigt wird, desto schneller wird ein Bestand quasi durch das System der Reaktionskurven auf Abbildung 4 „getrieben“. Er durchläuft schneller die Phase hoher absoluter Zuwächse, verliert aber früher die Fähigkeit, Dichteabsenkungen durch Mehrzuwachs abzapuffern oder gar überzukompensieren. Dieses Reaktionsmuster erklärt, warum die Gesamtwuchsleistung älterer B- und C-Grad-Parzellen trotz großer anfänglicher

Tab. 3

Relative Bestandesdichte ($SSDI_0$), bei der optimaler Volumenzuwachs ($ZREL$) zu erwarten ist (vgl. Gleichung [5]). $SSDI_0$ ist für das auf den Durchforstungsversuchsflächen vorkommende Spektrum von Mitteldurchmessern (d_g in cm) und Mittelhöhen im Alter 100 (h_{100} in m) tabelliert.
Relative stand density ($SSDI_0$), with volume growth ($ZREL$) being at maximum (cf. Equation [5]). $SSDI_0$ is displayed for the range of quadratic mean diameters (d_g) and mean height at age 100 (h_{100}), covered by the thinning experiments.

| $SSDI_0$ | | Fichte | | | | | |
|-------------|---------|--------|------|------|------|------|----|
| $h_{100} =$ | $d_g =$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| 28 | 0.59 | 0.75 | 0.84 | 0.90 | 0.96 | 1.00 | |
| 30 | 0.66 | 0.81 | 0.91 | 0.97 | 1.02 | 1.06 | |
| 32 | 0.72 | 0.88 | 0.97 | 1.03 | 1.08 | 1.12 | |
| 34 | 0.78 | 0.93 | 1.03 | 1.09 | 1.14 | 1.18 | |
| 36 | 0.83 | 0.99 | 1.08 | 1.15 | 1.20 | 1.24 | |

| $SSDI_0$ | | Buche | | | | | |
|-------------|---------|-------|------|------|------|------|----|
| $h_{100} =$ | $d_g =$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| 22 | 0.70 | 0.89 | 1.00 | 1.08 | 1.14 | 1.19 | |
| 24 | 0.65 | 0.84 | 0.95 | 1.03 | 1.09 | 1.14 | |
| 26 | 0.61 | 0.80 | 0.91 | 0.99 | 1.05 | 1.10 | |
| 28 | 0.57 | 0.76 | 0.87 | 0.95 | 1.01 | 1.06 | |
| 30 | 0.53 | 0.72 | 0.83 | 0.91 | 0.97 | 1.02 | |
| 32 | 0.50 | 0.69 | 0.80 | 0.88 | 0.94 | 0.99 | |

Tab. 4

Erwartungswerte für den relativen Volumenzuwachs ($ZREL_0$) bei zuwachsoptimaler Bestandesdichte ($SSDI_0$) (Erklärung vgl. Tab. 3).

Estimated relative volume growth ($ZREL_0$) for optimal density ($SSDI_0$) (explanation cf. Table 3).

| $ZREL_0$ | | Fichte | | | | | |
|----------|--------|--------|------|------|------|------|------|
| $h100=$ | $d_0=$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| 28 | 1.09 | 1.04 | 1.02 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 30 | 1.06 | 1.02 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 32 | 1.04 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 34 | 1.03 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.02 |
| 36 | 1.02 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 1.02 | 1.02 | 1.03 |

| $ZREL_0$ | | Buche | | | | | |
|----------|--------|-------|------|------|------|------|------|
| $h100=$ | $d_0=$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| 22 | 1.07 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.02 |
| 24 | 1.10 | 1.02 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 | 1.01 |
| 26 | 1.12 | 1.03 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.01 | 1.01 |
| 28 | 1.16 | 1.04 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| 30 | 1.19 | 1.06 | 1.02 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| 32 | 1.23 | 1.08 | 1.03 | 1.01 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |

Zuwachsbeschleunigung in hohem Alter nur unwesentlich von A-Grad-Parzellen abweicht. Wuchsbeschleunigung vermag die Gesamtwuchsleistung wohl wirkungsvoll nach vorne zu verlagern, lässt den Bestand aber schneller allometrisch altern, sodass seine Reaktionsfähigkeit auch früher verebbt. Das Modell macht verständlich, warum selbst Durchforstungseingriffe, die einen Bestand kontinuierlich auf zuwachsoptimaler Dichte halten, nicht zwangsläufig auch maximale Gesamtwuchsleistung erbringen.

Vergleich mit empirischen Befunden

In jungen Beständen folgt der Zusammenhang zwischen Dichte und Zuwachs einer unimodalen Optimumkurve. Der mittlere periodische Zuwachs von Fichte und Buche erreicht Maximalwerte von 109 bzw. 123% im Vergleich zum A-Grad, wenn die Bestandesdichte auf 59% bzw. 50% reduziert wird. Die höhere Gipfelung und breitere Wölbung der Reaktionskurve von Buchen-Beständen spiegelt deren überlegene Fähigkeit zur Abpufferung von Zuwachsminderungen wider. Das Modellverhalten korrespondiert mit den in „Material und Methoden“ beschriebenen und anderen Versuchsergebnissen. BRYNDUM (1978), DITTMAR (1959), HAMILTON (1976) und KRAMER (1978) zeigen, dass der mittlere periodische Zuwachs in jungen Fichten-Beständen nach Durchforstung auf 125% des A-Grades ansteigen kann, dass diese Reaktionsfähigkeit mit zunehmendem Bestandesalter aber nachlässt. Der durchforstungsbedingte Mehrzuwachs ist auf Böden mit geringer Wasser- und Nährstoffversorgung stärker ausgeprägt als auf guten Standorten (ASSMANN, 1961; DITTMAR, 1961; HAMILTON, 1976). Starke Durchforstung kann deutliche Zuwachsverluste nach sich ziehen, insbesondere in Altbeständen auf günstigen Standorten. HENRIKSEN (1951) und ASSMANN (1961) weisen für junge Buchenbestände Zuwächse von 150% (im Vergleich zum A-Grad) nach, die mit zunehmendem Bestandesalter aber abklingen (BRYNDUM, 1980, 1987; ASSMANN, 1961; SCHÖBER, 1972). Die Bedeutung der Standortgüte für die Dichte-Zuwachs-Beziehung in Buchenbeständen ist bisher kaum verstanden (FOERSTER, 1993; FRANZ et al., 1993; KENNEL, 1972). Das Niveau der berichteten Zuwachsanstiege nach Durchforstung hängt u. a. von der Länge der zugrunde liegenden Zuwachperiode ab, da der Zuwachs in den ersten Jahren nach Durchforstungseingriffen hochschnellen, dann aber schon in wenigen Jahren wieder abklingen kann. Deshalb erbrachten 2–3-jährige Zuwachperioden nach erfolgter Durchforstung (HENRIKSEN, 1951) wesentlich stärkere Zuwachsreaktionen als 5–7-jähriger Perioden

(ASSMANN, 1961). Aus diesem Grund gehen die Literaturangaben über Reaktionen des mittleren periodischen Zuwachses wesentlich stärker auseinander als solche über die Gesamtwuchsleistung nach Durchforstung.

Ursachen der Optimumbeziehung

Weil von den Versuchspartellen der Zuwachs an oberirdischer Biomasse oder gar Pflanzenmasse insgesamt nicht bekannt ist, gründet sich vorliegende Auswertung auf den Zuwachs an Derbhohlvolumen. Für dessen Abschätzung aus Baumhöhe und Baumdurchmesser stehen geeignete Formzahlfunktionen zur Verfügung. Ob der Zusammenhang zwischen Bestandesdichte und Biomasse insgesamt ähnlich ausfällt bleibt spekulativ, solange Funktionen für die Anschätzung von Biomasse unter Berücksichtigung von Stammform, Kronenform und spezifischer Holzdichte für Fichte und Buche fehlen. Gleichwohl fordert die nachgewiesene Steigerung des Derbhohlvolumenzuwachses durch Entnahme einzelner Bäume eine kausale Erklärung heraus. ASSMANN (1961) und MAR:MØLLER (1945) gehen davon aus, dass unterständige Bäume aufgrund des Lichtmangels weniger effizient in der Nutzung von Wasser und Nährstoffen für Fixierung und Einbehalt von Kohlenstoff sind. ASSMANN (1961, S. 227) vermutet, dass jene Ressourcen, die durch die Entnahme unterdrückter Bäume frei werden, das Wachstum der verbleibenden Bäume derart steigern, dass die beobachtete Zuwachsbeschleunigung ausgelöst wird. Er konstatiert „... auf Standorten mit knapper Wasser- und Nährelementversorgung eine besonders starke und bis in höhere Alter anhaltende Krümmung der Optimumkurven“. Weil die Fichte diesem Reaktionsmuster folgt, die Buche aber andersherum reagiert, bleibt diese Erklärung fraglich. Weiter könnte suboptimaler Zuwachs in Dichtenbeständen auf deren vermehrte Investition in sekundäre Pflanzenstoffe zurückzuführen sein. Denkbar wäre, dass sich unterständige Bäume in dem von HERMS und MATTSON (1992) für krautige Pflanzen beschriebenen Dilemma befinden; die Verteidigung mit sekundären Pflanzenstoffen gegen Parasiten und Pathogene geht auf Kosten des Zuwachses. Werden hingegen solche Bäume entnommen, dann können die Verbleibenden die frei werdenden Ressourcen vermehrt in Wachstum stecken. Zuwachsverluste unter Konkurrenzdruck könnten weiter durch erhöhte Investition in gegen Nachbarn gerichtete allelopathisch oder toxisch wirkende Stoffe erklärt werden (TUBBS, 1973). Schließlich ist bei stark konkurrenzten Bäumen auch die stressbedingte Immission von Kohlenwasserstoffen denkbar, die nach KESSELMIEIER und STAUDT (1999) wenige tausendstel Prozent aber auch bis zu 10, 20 oder sogar 50% des assimilierten Kohlenstoffes ausmachen kann.

5. DANKSAGUNG

Der Autor dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Finanzierung der Waldwachstumsforschung im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 607 „Wachstum und Parasitenabwehr“ und dem Bayerischen Staatsministerium für Landwirtschaft und Forsten für die Förderung des Projektes W 07 „Ertragskundliches Versuchswesen“. Prof. Dr. HERMANN SPELLLMANN, Leiter der Niedersächsischen Forstlichen Versuchsanstalt, sei für die Ergänzung meines Datensatzes um drei langfristige Versuchsflächen der ehemals Preußischen Forstlichen Versuchsanstalt gedankt. Dank gilt ferner Prof. Dr. BORIS ZEIDE, Universität von Arkansas in Monticello, für die anregende Diskussion, Dipl.-Forstwirt MARTIN NICKEL für die Aufbereitung der Versuchsflächendaten, HANS HERLING für die gewissenhafte Anfertigung der Grafiken und Prof. Dr. KLAUS VON GADOW und Prof. Dr. JÜRGEN NAGEL für ihre konstruktive Kritik.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Auf der Basis langfristiger Fichten- und Buchen-Durchforstungsversuche wird der Zusammenhang zwischen Bestandesdichte und

Volumenproduktion beschrieben (Abb. 1–3) und biometrisch nachgebildet. Der Zusammenhang zwischen Bestandesdichte und periodischem Volumenzuwachs stellt sich prinzipiell als unimodale Optimumkurve dar [Gleichungen (4, 5)], von der wir aber je nach Bestandesdichte, Entwicklungsphase und Standortgüte nur Ausschnitte wahrnehmen. Im Jugendstadium kann eine Halbierung der Bestandesdichte den periodischen Zuwachs von Fichten- und Buchenbeständen um bis zu 9% bzw. 23% steigern. Während eine Durchforstung bei Fichte auf armen Standorten in Zuwachssteigerungen, und auf guten Standorten in Zuwachseinbußen resultiert, ist der Standorteffekt bei der Buche entgegengesetzt. Bei beiden Baumarten verebbt die Reaktionsfähigkeit mit fortschreitender Bestandesentwicklung; die zuwachsoptimale Dichte nähert sich mehr und mehr der maximalen (Abb. 4). Das entwickelte Dichte-Zuwachs-Modell wird in einen Algorithmus der Bestandesentwicklung (vgl. Anhang) integriert, der die Analyse der Gesamtwuchsleistung bei unterschiedlicher Dichtehaltung ermöglicht. Verschiedene Dichtehaltungen (z. B. maximale, zuwachsoptimale, stationäre Dichte) schneiden mit Blick auf die erzielte Gesamtwuchsleistung je nach Betrachtungszeitraum sehr unterschiedlich ab (Abb. 5). In der Jugendphase lässt sich die Gesamtwuchsleistung bis auf 130% anheben, im Alter 120 nurmehr bis auf maximal 105% des A-Grades. Zuwachsoptimale Dichte gewährleistet zwar Periode für Periode den jeweils höchstmöglichen Zuwachs, langfristig aber paradoxerweise nicht zwangsläufig auch die höchste Gesamtwuchsleistung. Denn Behandlung in der Jugendphase und Reaktionsfähigkeit im Alter sind als Junktum zu sehen: Dichteabsenkungen beschleunigen den Zuwachs und versetzen einen Bestand früher in ein fortgeschrittenes allometrisches Stadium, sodass sein Reaktionspotential auf Durchforstung vorzeitig abnimmt. Ursachen und praktische Konsequenzen der artspezifischen Beziehung zwischen Bestandesdichte und Volumenproduktion werden diskutiert.

7. Summary

Title of the paper: *Density-growth-relationship in forests. A biometrical solution for stands of Norway spruce (Picea abies) and European beech (Fagus sylvatica).*

The relationship between stand density and growth is analysed empirically (Fig. 1–3) and modeled mathematically on the basis of long-term thinning experiments for Norway spruce and European beech. The revealed relationship between stand density and periodical volume growth follows a unimodal curve in principle, but depending on, i. a. observed range of density, ontogenetic stage, and site quality of the stand, we perceive only a particular (increasing or culminating) portion of the curve [Equations (4, 5)]. In juvenile phase a halving of stand density may raise current growth of spruce and beech by 9% and 23%, resp. Whereas spruce's growth reacts most positively on thinning under poor site conditions and with increment reduction on favourable sites, beech behaves in opposite. During ontogenesis the culmination point of both species' unimodal relation moves towards maximum density (Fig. 4). By integrating this density-growth-model in an algorithm for whole stand development (cf. Appendix) dependency of cumulative stand growth on different stand density scenarios can be elucidated. Cumulative volume growth achieved by maximum, optimal and long-term stationary density differs considerably, and how the different treatment variants come out depends on the respective time scale (Fig. 5). In juvenile stage cumulative volume growth can be raised to 130%, at age 120 just to 105% of the A-Grade. Optimal density assures maximum current growth period by period, but not necessarily the maximum cumulative volume growth. The reason for that paradox being, that treatment in early stage and reability in higher age form a nexus: Reduction of density enhance the growth and transport a stand earlier in an advanced allometric

stage, so that its potential to react on thinning with transgressive growth subsides prematurely. Causes and practical consequences of the individual species relationship between stand density and volume production are discussed.

8. Résumé

Titre de l'article: *Règles relatives aux corrélations entre la densité d'un peuplement et son accroissement. Tentative de résolution de la question en prenant comme exemple des peuplements puis d'épicéa (Picea abies [L.] Karst.) et de hêtre (Fagus sylvatica L.).*

En prenant comme base les dispositifs expérimentaux permanents de recherches sur les éclaircies chez l'épicéa et le hêtre on a d'abord décrit les corrélations entre la densité du peuplement et sa production en volume (Fig. 1–3) puis on les a reproduites biométriquement. La relation entre densité du peuplement et accroissement en volume [équations (4,5)] correspond, pour l'essentiel, à une courbe d'optimum unimodale mais dont nous avons seulement connaissance que par des séquences dépendant de la densité du peuplement, de sa phase d'évolution et de la qualité de la station. Au stade juvénile une diminution de moitié de la densité des peuplements peut augmenter la production périodique chez l'épicéa et le hêtre, respectivement de 9% et 23%. Alors que pour les épicéa poussant sur des stations pauvres une éclaircie certaine une augmentation des accroissements, une même éclaircie provoquera une diminution des accroissements dans le cas de bonne stations; en revanche l'effet station est inverse chez le hêtre. Chez les deux essences la capacité de réaction s'amenuise au cours de l'ontogénèse; la densité optimale pour la croissance se rapproche de plus en plus de la densité maximale (Fig. 4). Le modèle développé pour la relation densité – accroissement a été intégré dans un algorithme de l'évolution du peuplement (voir annexe) qui rend possible l'analyse de la production totale suivant les différents niveaux de densité. Des niveaux de densité très divers apparaissent d'ailleurs – par ex. densité maximale, optimale pour l'accroissement, constante – lorsqu'on considère la production totale atteinte lors de chacune des périodes d'observation (Fig. 5). Dans la phase juvénile, la production totale peut être portée à 130% tandis qu'à 120 ans elle ne peut être au maximum que 105% de celle de la classe A. Certes, la densité optimale pour l'accroissement assure, au cours de chacune des périodes de la vie d'un peuplement, la production totale maximale possible, mais, paradoxalement, ne garantit pas automatiquement la production totale la plus importante sur le long terme, c. à d. sur l'ensemble des périodes. En effet il faut regarder conjointement le traitement à l'âge juvénile et la capacité de réaction du peuplement adulte. L'abaissement de la densité favorise l'accroissement et, en même temps, amène plus précocement le peuplement à un stade allométrique avancé, de telle sorte que le potentiel de réaction à l'éclaircie diminue plus tôt. Les causes et les conséquences pratiques des corrélations, propres à chaque essence, entre densité et production en volume ont enfin été discutées. J.M.

9. Literatur

- ASSMANN, E.: Bestockungsdichte und Holzerzeugung. Forstw. Cbl. 72: 69–101, 1953
 ASSMANN, E.: Natürlicher Bestockungsgrad und Zuwachs. Forstw. Cbl. 75: 257–265, 1956
 ASSMANN, E.: Waldertragskunde. Organische Produktion, Struktur, Zuwachs und Ertrag von Waldbeständen. BLV Verlagsgesellschaft, München, Bonn, Wien, 490 S., 1961
 AVERY, T. E. und BURKHART, H. E.: Forest measurements. Fifth edition, McGraw-Hill, New York, 456 S., 2002
 BRYNDUM, H.: Der Einfluß verschiedener Durchforstungsstärken auf Massen- und Wertleistung der Fichte am Beispiel der dänischen Versuchsflächen. Forstw. Cbl. 97: 302–313, 1978
 BRYNDUM, H.: Der Buchen-Durchforstungsversuch im Waldort Totterup. Forstl. Forsögsv. Danmark 38:1–76, 1980
 BRYNDUM, H.: Buchen-Durchforstungsversuche in Dänemark. Allgem. Forst- und Jagdztg. 158: 115–122, 1987

- COTTA, H.: Anweisung zum Waldbau. Arnoldische Buchhandlung, Dresden und Leipzig, 413 S., 1828
- CURTIS, R. O., MARSHALL, D. D. und BELL, J. F.: LOGS. A pioneering example of silvicultural research in coast Douglas-fir. *Journal of Forestry* 95(7): 19–25, 1997
- DITTMAR, O.: Zur Frage des „Wuchsbeschleunigungseffektes“ durch starke Durchforstung im jungen Fichtenbestand. *Archiv für Forstwesen* 8: 923–945, 1959
- DITTMAR, O.: Zuwachs und Ertrag langfristiger Fichten-Durchforstungsversuchsflächenreihen des Thüringer Waldes und des Harzes in Abhängigkeit von Bestockungsdichte und Standort. *Archiv für Forstwesen* 10: 458–476, 1961
- FOERSTER, W.: Der Buchen-Durchforstungsversuch Mittelsinn 025. *Allgemeine Forstzeitschrift* 48: 268–270, 1993
- FRANZ, F., RÖHLE, H. und MEYER, F.: Wachstumsgang und Ertragsleistung der Buche. *Allgemeine Forstzeitschrift* 48: 262–267, 1993
- GADOW, K. VON: Untersuchungen zur Konstruktion von Wuchsmodellen für schnellwüchsige Plantagenbaumarten, *Forstliche Forschungsberichte München* 77, 147 S., 1987
- HAMILTON, G. J.: The Bowmont Norway spruce thinning experiment 1930–1974. *Bull. For. Comm., London* 54:109–121, 1976
- HARTIG, G. L.: Anweisung zu Taxation der Forsten oder zur Bestimmung des Holzertrags der Wälder. In Kommission bei Buchhändler Heyer, Gießen, 200 S., 1795
- HARTIG, G. L.: Anweisungen zur Holzzucht für Förster. Neue akademische Buchhandlung, Marburg, 197 S., 1791
- HENRIKSEN, H. A.: Durchforstungsversuch in jungem Buchenbestand. *Forstl. Forsögsv. Danmark* 20: 387–401, 1951
- HERMS, D. A. und MATTON, W. J.: The dilemma of plants: to grow or defend. *The Quarterly Review of Biology* 67: 283–335, 1992
- KENNEL, R.: Die Buchendurchforstungsversuche in Bayern von 1870 bis 1970. *Forstliche Forschungsberichte München* 7: 264 S., 1972
- KESSELMEIER, J. und STAUDT, M.: Biogenic volatile organic compounds (VOC): An overview on emission, physiology and ecology. *Journal of Atm. Chem.* 33: 23–88, 1999
- KRAMER, H.: Der Bowmont-Durchforstungsversuch. *Forstw. Cbl.* 97: 131–141, 1978
- KRAMER, H.: Waldwachstumslehre. Paul Parey, Hamburg, Berlin, 374 S., 1988
- LANGSAETER, A.: Om tynning i enaldret gran- og furuskog Maddel. *Det Norske Skogforokksvesen* 8:131–216, 1941
- MAR-MÖLLER, C.: Untersuchungen über Laubmenge, Stoffverlust und Stoffproduktion des Waldes. Kandruf und Wunsch, Kopenhagen, 287 S., 1945
- NELSON, T. C.: Loblolly pine growth as related to site, age, and stand density. *Society of American Foresters Proceedings* 1960: 12–14, 1961
- OLIVER, C. D. und LARSON, B. C.: *Forest stand dynamics*. McGraw-Hill, Inc., New York, 467 S., 1990
- PARDÉ, J.: Entwicklung, Stand und Zukunft der Forschungen über die Durchforstung in Frankreich. *Forstw. Cbl.* 98: 110–119, 1979
- PRETZSCH, H.: Waldwachstum im Wandel, Konsequenzen für Forstwissenschaft und Forstwirtschaft, *Forstwiss. Cbl.* 118: 228–250, 1999
- PRETZSCH, H.: *Grundlagen der Waldwachstumsforschung*. Blackwell, Berlin, 414 S., 2002
- PRETZSCH, H.: The elasticity of growth in pure and mixed stands of Norway spruce and common beech, *Journal of Forest Science* 49(11): 491–501, 2003
- PRETZSCH, H.: Relationship between stand density and growth for pure stands of *Picea abies* and *Fagus sylvatica*. *For. Ecol. Manage.* Submitted, 2004.
- PRETZSCH, H. und UTSCHIG, H.: Wachstumstrends der Fichte in Bayern. *Mitt. Bay. Staatsforstverw., München* 49: 1–170, 2000
- REINEKE, L. H.: Perfecting A Stand-Density Index For Even-Aged Forests. *Journal of Agricultural Research* 46: 627–638, 1933
- REVENTLOW, C. D. F.: Forslag til en forbedret Skovdrift grundet, paa Undersøgelser over Traeernes Vegetation I Danmarks og Slesvigs Skove. *Kjøbenhavn*, 1879, Ed. in English 1960: A treatise of forestry, Society of Forest History, Horsholm Denmark, 142 S., 1879
- RÖHLE, H.: Zum Wachstum der Fichte auf Hochleistungsstandorten in Südbayern. *Habilitationsschrift Forstwissenschaftliche Fakultät, Universität München*, 249 S., 1994
- ROUSSEAU, J.-J.: *Du Contract Social*. German Ed. 1977: *Gesellschaftsvertrag*, Reclam, Stuttgart, 239 S., 1762
- SCHMIDT-VOGT, H.: Die Fichte. Bd. II/1, Verlag Paul Parey, Hamburg, 563 S., 1986
- SCHOBER, R.: Die Rotbuche 1971. J.D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt, 333 S., 1972
- SCHOBER, R.: Massen-, Sorten- und Wertertrag der Fichte bei verschiedener Durchforstung. Teil 1, *Allgem. Forst- und Jagdztg.* 150: 129–152, 1979
- SCHOBER, R.: Massen-, Sorten- und Wertertrag der Fichte bei verschiedener Durchforstung. Teil 2, *Allgem. Forst- und Jagdztg.* 151: 1–21, 1980
- SCHWAPPACH, A.: Die Kiefer. Wirtschaftliche und statische Untersuchungen der forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens in Eberswalde, Verlag Neumann, Neudamm, 180 S., 1908
- SCHWAPPACH, A.: Die Rotbuche. Wirtschaftliche und statische Untersuchungen der forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens in Eberswalde, Verlag Neumann, Neudamm, 231 S., 1911
- SMITH, D. M., LARSON, B. C., KELTY, M. J. und ASHTON, P. M. S.: *The practice of silviculture: Applied forest ecology*. 9th edition, Wiley, New York, 537 S., 1997
- SPIEKER, H., MIELIKAINEN, K., KÖHL, M. und SKOVSGAARD, J. P., (Hrsg.): *Growth trends in European forests*. Springer-Verlag, 372 S., 1996
- TUBBS, C. H.: Allelopathic relationship between yellow birch and sugar maple seedlings. *For. Sci.* 19: 139–145, 1973
- VEREIN DEUTSCHER FORSTLICHER VERSUCHSANSTALTEN: Beratungen der vom Vereine Deutscher Forstlicher Versuchsanstalten eingesetzten Kommission zur Feststellung des neuen Arbeitsplanes für Durchforstungs- und Lichtungsversuche. *Allgem. Forst- und Jagdztg.* 78: 180–184, 1902
- WIEDEMANN, E.: Die Fichte 1936. Verlag M. & H. Schaper, Hannover, 248 S., 1936/42
- ZEIDE, B.: Thinning and growth: A full turnaround. *Journal of Forestry* 99 (1): 20–25, 2001
- ZEIDE, B.: Density and the growth of even-aged stands. *For. Sci.* 48 (4): 743–754, 2002

10. ANHANG

Algorithmus für die Nachbildung der Bestandesentwicklung unter A-Grad-Bedingungen und bei unterschiedlichen Dichtehaltungen (Parameter $a - n$ und statistische Kennwerte der Regressionen, vgl. Tab. 2)

Der Bestandeszuwachs Z ($V_{fmD} ha^{-1} a^{-1}$) bei definierter Dichtehaltung (z. B. bei maximaler, zuwachsoptimaler oder stationärer Dichte) ergibt sich als Produkt aus dem Bestandeszuwachs Z_{A-Grad} , der ohne Behandlung zu erwarten wäre, und dem Multiplikator $ZREL$, der die Dichte-Zuwachs-Relation abbildet [vgl. Gleichung (4)]

$$Z = Z_{A-Grad} \cdot ZREL \quad (6)$$

Die Gesamtwuchsleistung ergibt sich durch numerische Integration von Z in Fünf-Jahres-Schritten. Das gelingt auf der Grundlage folgender Beziehungen: Der Bestandeszuwachs Z_{A-Grad} baut sich aus dem Volumenzuwachs des Mittelstammes z_{A-Grad} und der Stammzahl N_{A-Grad} auf

$$Z_{A-Grad} = z_{A-Grad} \cdot N_{A-Grad} \quad (7)$$

Für die Ableitung des Volumenzuwachses des Mittelstammes z_{A-Grad} wird zunächst der Zusammenhang zwischen Mitteldurchmesser d_g und Derbholzvolumen des Mittelstammes v allometrisch beschrieben

$$v = e^f d_g^g \quad (8)$$

Die EULER'sche Konstante $e = 2,7182$ ist in dieser und den folgenden Gleichungen zur Unterscheidung von den Modellparametern fett gedruckt. Der Volumenzuwachs des Mittelstammes z_{A-Grad} und die Stammzahl N_{A-Grad} unter A-Grad-Bedingungen werden auf Grundlage der A-Grad-Parzellen über die allometrischen Beziehungen

$$z_{A-Grad} = e^h v^i e^j h^{100} \quad (9)$$

$$N_{A-Grad} = e^k d_g^l \quad (10)$$

nachgebildet. In den Gleichungen (8) und (9) repräsentieren v , h^{100} und d_g das Derbholzvolumen des Mittelstammes, die Mittelhöhe im Alter 100 bzw. den Durchmesser des Grundflächenmittellstammes.

Für die Nachbildung des Durchforstungseffektes auf den Mitteldurchmesser von verbleibendem und ausscheidendem Bestand wird der Zusammenhang zwischen standardisierter Dichte $SSDI$ und Quotient q_d (vgl. Gleichung [1])

$$q_d = m - n \cdot SSDI \quad (11)$$

parametrisiert.

Damit sind wir für die Vorhersage der dichteabhängigen Entwicklung eines Bestandes mit vorgegebenem h_{100} -Wert nach folgendem, in Fünf-Jahres-Schritten ablaufenden, Algorithmus ausgestattet:

(1.) Als Startwerte werden der Anfangs-Mitteldurchmesser d_g und die Anfangs-Stammzahl (N) eines nachzubildenden Bestandes vorgegeben.

(2.) Es lassen sich dann über Gleichung (10) das Volumen des Mittelstammes (v) und über Gleichung (8) dessen erwarteter Zuwachs z_{A-Grad} unter A-Grad-Verhältnissen berechnen.

(3.) Der Volumenzuwachs Z_{A-Grad} des Bestandes ergibt sich als Produkt aus Stammzahl N und Volumenzuwachs des Mittelstammes z_{A-Grad} . Bei Nachbildung von Durchforstungsreaktionen wird Z_{A-Grad} in Schritt (3.) entsprechend der eingesteuerten Dichtehaltung $SSDI$ über $ZREL = e^{(\alpha+b \ln(SSDI)+cSSDI+d \ln(d_g) \ln(SSDI)+e \ln(h_{100}) \ln(SSDI))}$ auf Z modifiziert (Gleichung [6]), wobei diese Adjustierung neben der vorgegebenen Bestandedichte ($SSDI$) von Mitteldurchmesser zu Beginn der Periode (d_g) und der Mittelhöhe im Alter 100 (h_{100}) abhängt (vgl. Gleichung [4]). Unter A-Grad-Bedingungen gilt

$ZREL = 1,0$, d. h. in diesem Fall bleibt Z_{A-Grad} in Gleichung (6) unverändert.

(4.) Die Umkehrfunktion von Gleichung (10) $d_g = \sqrt[3]{v/e^k}$ ermöglicht die Berechnung von d_g zu Periodenende.

(5.) Ist der aktualisierte Mitteldurchmesser d_g bekannt, so kann daraus via Gleichung (9) die Stammzahl unter A-Grad-Bedingungen am Ende der Periode und die Stammzahl des ausscheidenden Bestandes errechnet werden. Bei Ausführung von Durchforstungen werden Stammzahl und Mitteldurchmesser in Abhängigkeit von $SSDI$ und q_d (vgl. Gleichung [11]) weiter reduziert.

(6.) Dem Bestandesvorrat V_0 zu Beginn der Zuwachsperiode wird der periodische Volumenzuwachs hinzugefügt $V_1 = V_0 + Z$.

(7.) Das Derbholzvolumen des ausscheidenden Bestandes ergibt sich aus dem Durchmesser des ausscheidenden Bestandes (Gleichung [11]), dessen Volumen (Gleichung [10]) und der ausscheidenden Stammzahl.

Der Rechengang wird in Fünf-Jahres-Schritten wiederholt und erbringt u. a. Zuwachs und Gesamtwuchsleistung, die im Abschnitt „Ergebnisse“ ausgeführt werden.