

FRANZ, F.:

Titel ...

Forstwiss. Cbl. 1965, 84, (3/4), 84-96

FRANZ 1965 - 1

# Auswertung von Düngungsversuchen mit unterschiedlicher Bestockungsdichte bei Versuchsbeginn<sup>1</sup>

## Methoden des Zuwachsvergleiches

Von F. FRANZ

*Aus dem Institut für Ertragskunde der Forstlichen Forschungsanstalt München*

### 1. Einleitung

1.1 Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf Methoden des kovarianten Zuwachsvergleiches zwischen alters- und standortsgleichen Vergleichsvarianten im Reinbestand. Dieser Vergleichsfall ist bei der Mehrzahl unserer derzeit laufenden Düngungs-, Durchforstungs- und Ertragsversuche gegeben. Die methodischen Vorschläge für einige an biometrischen Beispielen dargestellte Problemlösungen in den Abschnitten 3 und 4 beziehen sich in erster Linie auf den Zuwachsvergleich bei Düngungsversuchen. Ferner wird vorausgesetzt, daß außer der Bestandesdichte und den durch sie beeinflussten ertragskundlichen Kennwerten keine den Zuwachs mitbestimmende Merkmalsgröße bei Versuchsbeginn variiert ist. Auch die sonstigen waldbeschichtlichen, genetischen und waldbaulichen Einflußfaktoren (Anzahl der Vorbestandsgenerationen, spezifische Vorbestandsverhältnisse, genetische Zusammensetzung, Art der Bodenvorbereitung, Bestandsbegründung und der waldbaulichen Behandlung vor Versuchsbeginn u.a.m.) werden angenommen als weitgehend übereinstimmend und ohne Wechselwirkung auf den Zuwachs.

1.2 Wenn wir vergleichende Zuwachsuntersuchungen anstellen wollen, so legen wir in der Regel besonderes Augenmerk darauf, ein Untersuchungsmaterial zu finden, das möglichst gleiche Ausgangsbedingungen aufweist. Mit anderen Worten: Wir werden versuchen, für unseren geplanten Zuwachsvergleich eine Vergleichsfläche (oder mehrere Vergleichsflächen) auszuwählen, die in allen ihren Teilarealen einen höchstmöglichen ertragskundlichen Übereinstimmungsgrad zu Beginn der zu untersuchenden Zuwachsperiode aufweist. Denn: Die einzelnen Teilflächen (= Vergleichsparzellen), die wir in vorgegebener Anzahl gemäß Versuchsplan auf der Gesamt-Versuchsfläche herausbilden<sup>2</sup>, stellen die eigentlichen „Versuchseinheiten“ dar, auf deren bestmögliche

<sup>1</sup> Überarbeitete Fassung eines Vortrages auf der Tagung der Sektion Ertragskunde im DVFF in Baiersbrunn/Württ. am 21. April 1964.

<sup>2</sup> Dies gilt nicht nur für die allgemein anzustrebende Versuchsanlage in einem oder wenigen geschlossenen Flächenkomplexen, sondern – abgewandelt – auch für den in mancherlei Hinsicht problematischen „Streulage“-Versuch, bei dem die Parzellen in kleinen Flächengruppen oder  $\pm$  einzeln und nicht zusammenhängend über eine mehr oder minder große Fläche verteilt sind. Auf die zahlreichen Möglichkeiten, einen Versuch, auf die speziellen Versuchsbedingungen abgestellt, biometrisch exakt zu planen, anzulegen und auszuwerten, kann hier nicht eingegangen werden. Hierüber gibt es inzwischen eine umfangreiche Fachliteratur, meist aus der anglo-amerikanischen Biometrik. In der deutschsprachigen Literatur sei besonders verwiesen auf die zusammenfassenden Darstellungen von LINDER (Planen und Auswerten von Versuchen, Birkhäuser-Verlag Basel 1953, 182 S.), MUDRA (Statistische Methoden für landwirtschaftliche Versuche, Parey-Verlag Berlin und Hamburg 1958, 344 S.) und PRODAN (Forstliche Biometrie, BI.V-Verlag München-Bonn-Wien 1961, 432 S., hier: Abschnitte 17, Versuchsplanung, und 16, Stichprobenerhebung).

Vergleichbarkeit in der Ausgangslage es ankommt, wenn wir nicht das ganze Versuchsergebnis von vornherein durch eine größere, in ihrem Kausalkomplex schwer zu bestimmende „Fehlervarianz“ unnötig belasten wollen.

Jede Vergleichsparzelle ist eine Wiederholung, eine Stichprobe aus einer zu unterstellenden unendlichen Grundgesamtheit von Meßflächen gleicher biometrischer Qualität. Je besser die Vergleichsparzellen bezüglich ihrer Ausgangslage miteinander übereinstimmen, um so geringer ist die Fehlervarianz und um so größer damit die Ausgesicherheit bei der weiterführenden Interpretation des Versuchsergebnisses.

## 2. Übereinstimmende Bestandesdichte der Versuchsglieder bei Versuchsbeginn

2.1 Gehen wir zunächst vom einfachsten Modellfall aus: Die Bestandesdichte, ausgedrückt etwa in der mittleren Grundflächenhaltung einer gegebenen Zuwachsperiode vor Versuchsbeginn und zugleich in der Grundfläche des verbleibenden Bestandes bei Versuchsbeginn, sei auf den Vergleichsparzellen gleich. In diesem Fall stellt die vergleichende Auswertung der flächenbezogenen Zuwächse, sofern diese mit einwandfreien Methoden aus den Einzelstammwerten kompiliert worden sind, kein methodisches Problem dar, über das hier noch zu diskutieren wäre<sup>3</sup>.

Solche Versuche werden, je nach Versuchsplan, in der Regel mit Hilfe einer einfachen oder mehrfachen Streuungserlegung und anschließender Bestimmung und Gegenüberstellung der sog. Grenzdifferenzen ausgewertet. In ganz einfachen Fällen, etwa wenn nur zwei Gruppen von Vergleichsflächen (z. B. Gedüngt – Ungedüngt) vorhanden sind, findet man auch das bekannte „praxisübliche“ t-Prüfverfahren (t-Test) angewendet. Auf die Auswertungsverfahren für kompliziertere Versuchsanlagen (z. B. bestimmte Gitteranlagen und unvollständige Blöcke) soll hier ebenfalls nicht eingegangen werden. Die Auswertung dieser Anlagen ist, ebenso wie die eingangs genannten varianzanalytischen Methoden, in vielen biometrischen Lehrbüchern und in zahlreichen Spezialveröffentlichungen ausführlich beschrieben.

2.2 Eine kurze Zwischenbemerkung zur Methode der Zuwachsherleitung: Bei der Zuwachsbestimmung auf unseren Versuchsflächen sollten wir anstreben, baldmöglichst von den subjektiv getönten Methoden des ausschließlich graphischen Ausgleichs wichtiger Zuwachsbildender Faktoren und den einfachen Summations- und einfach-linearen Regressionsverfahren loszukommen. Wir sollten mehr als bisher bemüht sein, die vielen „nebeneinander“ gemessenen Daten auch „gleichzeitig“ zur Zuwachsherleitung heranzuziehen und den Zuwachs mittels multivariater Analysen bzw. multipler Regressionsanalysen zu bestimmen. Der hierfür erforderliche Rechenaufwand ist natürlich wesentlich größer als bei den bisher üblichen Verfahren. Andererseits bieten uns die modernen Elektronenrechner die Möglichkeit, sehr schnell und letztlich auf sehr einfache Weise und mit maximaler Rechengenauigkeit zu unseren Werten zu kommen, wenn erst die entsprechenden Programme entwickelt sind. Für einen Teil unserer Rechnungen können wir auch ohne Schwierigkeiten sog. Standardprogramme verwenden, wie sie in den Programmbibliotheken für alle marktgängigen Rechner erhalten sind. Dies bedeutet nun nicht, daß wir auf die graphische Analyse schlechthin verzichten können. Im Gegenteil: Sie erhält als Vor-Analyse, der rechnerischen Auswertung vorangestellt, eine ganz erhebliche Bedeutung. Schließlich können wir nicht

<sup>3</sup> Die Methoden der stammweisen Zuwachsherleitung und der Kompilation des flächenbezogenen Zuwachses aus Einzelstammwerten sind nämlich, wie allgemein bekannt, selbst bei der Zuwachsuntersuchung mit mehrperiodischer Aufnahme z. T. noch unbefriedigend, vielfach sogar problematisch. Unsaubere Zuwachswerte mindern natürlich den Aussagewert eines Zuwachsvergleiches. Darum die obige Einschränkung auf Zuwachsvergleiche mit methodisch einwandfrei ermittelten flächenbezogenen Zuwächsen.

jeden Aufnahmewert „unbesehen“ in den Rechner eingeben. Wir müssen vielmehr jeden Einzelwert einer gründlichen – eben graphischen – Kontrolle mit Blick auf seine Plausibilität unterziehen. Dafür steht uns dann mehr Zeit als bisher zur Verfügung, weil uns die zeitaufwendigen Rechenarbeiten vom Rechner abgenommen werden.

Die Schweden (vgl. O. PERRSON, 1963), Norweger (L. STRAND) und besonders die Amerikaner (BAKER und HUNT, 1960; YOUNG und ALTENBERGER, 1963 u. a. m.) und Engländer (JEFFERS u. a.) haben auf dem Gebiet der elektronischen Auswertung forstwissenschaftlicher Daten bereits wertvolle Arbeit geleistet. So konnte der Verfasser sich anlässlich einer Tagung in Alice Holt Lodge/England im Herbst des vergangenen Jahres von dem hohen Stand der forstwissenschaftlichen Programmierarbeit in Großbritannien überzeugen. Mr. JEFFERS, der Leiter der Biometrischen Abteilung in Alice Holt Lodge, hat hierüber eine interessante Übersicht veröffentlicht (1962) und eine (vorläufige) Liste der von der britischen Forstkommission erarbeiteten Rechenprogramme für die Elektronenrechner Mercury, Sirius und Pegasus herausgegeben (1963). Sie sei allen Interessierten zum Studium wärmstens empfohlen. Auch für die deutsche forstliche Ertragskunde bietet sich hier ein weites und m. E. außerordentlich wichtiges Arbeitsfeld. Hier haben insbesondere PRODAN (1961 a), ferner SCHÖPFER und SCHMITT wertvolle Vorarbeit geleistet.

Für die Versuchsflächenauswertung des Münchner Ertragskunde-Instituts entwickeln zur Zeit Forstmeister Dr. KENNEL und Forstmeister SCHMIDT eine Programmserie für den elektronischen Großrechner IBM 7090, die später auch eine Zuwachserleitung über eine größere Anzahl von Bestimmungsgrößen einschließen soll.

2.3 Wenn wir die eben genannten Auswertungs- und Prüfverfahren anwenden, so sollten wir uns zuvor darüber im klaren sein, ob überhaupt die Voraussetzungen für ihre Anwendbarkeit gegeben sind. Dies wird vielfach noch zu wenig beachtet. Über die Voraussetzungen, die gegeben sein müssen, wenn wir eine oder mehrere Hypothesen mit Hilfe einer (parametrischen) Streuungserlegung prüfen wollen, finden wir Hinweise u. a. bei BEHRENS (1956), LE ROY (1956), LINDER (1956, 1960), MATÉRN (1957), MUDRA (1958), PFANZAGL (1956), PRODAN (1961) und ERNA WEBER (1956, 1961). Darüber hinaus sei auf die zahlreiche, meist englischsprachige Spezialliteratur zur Frage der Testverfahren für die Prüfung von Durchschnittsdifferenzen verwiesen.

2.4 In Tabelle 1 ist ein Schema dargestellt, das die wichtigsten Voraussetzungen für eine Anwendung der parametrischen Varianzanalyse umschreibt, bezogen auf eine vereinfachte biometrische Modellsituation Volumenzuwachs/Düngung, Art der Düngungseinbringung. Das Schema fußt auf den Angaben der oben genannten Autoren.

Tabelle 1

Schema-Darstellung der Voraussetzungen für die Anwendung der Streuungserlegung zur Prüfung von Durchschnittsdifferenzen. Vereinfachtes biometrisches Modell: Bestandes-Volumenzuwachs/Düngung, Art der Düngungseinbringung

Voraussetzungen bezüglich des Untersuchungsmaterials:

1. Wiederholung der Prüfglieder (= Parzellen)
2. Gruppierbarkeit zu Prüfglieder-Gruppen
3. Quantitative Erfassbarkeit der Merkmalswerte (Zuwächse)
4. Vorliegen voneinander unabhängiger und zugleich wirksamer Variationsursachen (Düngung, Art der Düngungseinbringung)
5. Normalverteilung der erfaßten Zuwachswert-Kollektive
6. Additivität der Einzelvarianzen:  
 $s^2_{Dü} + s^2_{Dü-Einbr.} + s^2_{Ww} + s^2_{Fehler} = s^2_{Gesamt}$
7. Homogenität der Einzelvarianzen

### 2.5 Aus Tabelle 1 geht folgendes hervor:

1. Wir sollten unsere Versuche so planen, daß die kleinsten Versuchseinheiten, bei Düngungsversuchen die Vergleichsparzellen, nach Möglichkeit mehrmals wiederholt vorkommen. Auf diese wichtige Voraussetzung für den Versuchserfolg weist besonders LINDER (1956) hin. Hier mag die Frage auftauchen, inwieweit man nicht – bei einfacher Parzellenwiederholung – bereits den einzelnen Baum als Wiederholung auffassen könnte, um auf diese Weise einen genügenden Stichprobenumfang direkt für die Varianzanalyse zu bekommen. Dieser Weg wird vielfach beschritten, z. B. zum Vergleich von Höhen- und Durchmesserermitteln von Vergleichsflächenreihen. Das Verfahren ist in solchen Anwendungsfällen jedoch bei den mathematischen Statistikern umstritten<sup>4</sup>.
2. Auf die Voraussetzungen für eine Gruppierbarkeit der Vergleichsflächen zu Einheiten gleicher Streuungsursache im Abschnitt 1 wurde bereits kurz hingewiesen.
3. Die zu prüfenden Merkmalsdurchschnitte müssen aus quantitativer Erhebung (Messung) hervorgegangen sein. Für die Prüfung von Differenzen zwischen rein qualitativen, durch Ansprache erhaltenen Merkmalen (z. B. Kronen- und Schaftmerkmale) werden andere Verfahren verwendet (z. B.  $\chi^2$ -Prüfverfahren).
4. Die Streuungsursachen (z. B. Düngung und Art der Düngungseinbringung) müssen voneinander unabhängig sein. Die eine darf die andere nicht bedingen. Diese Voraussetzung ist bei einem auf durchschnittlichem Niveau geplanten Düngungsversuch allgemein gegeben.
5. Normalverteilung unserer flächenbezogenen Zuwächse ist zwar – nach unseren bisherigen Erfahrungen – in der Mehrzahl der Fälle gegeben, kann jedoch nicht allgemein vorausgesetzt werden. Es empfiehlt sich darum, der Varianzanalyse eine Prüfung auf Normalverteilung mit Hilfe des üblichen  $\chi^2$ -Verfahrens voranzustellen. Dies Verfahren ist für mehrere Elektronenrechner bereits programmiert worden. Wir finden es z. B. in der Programmbibliothek für den IBM 1620-Rechner. Weicht eine Datenverteilung auch nach Transformation (s. hierzu LIENERT 1962a) von der Normalverteilung eindeutig ab, so kann die übliche parametrische Streuungszersetzung nicht angewandt werden. Wir müssen dann zu sog. „verteilungsfreien“ Methoden übergehen. Die theoretischen Grundlagen für die nichtparametrischen Prüfmethode sind bei SCHMETTERER (1956, Kap. 7) und LIENERT (1962) beschrieben. Diese Methoden sind allgemein informationsschwächer als die parametrischen. Analog der parametrischen VA gibt es auch eine nichtparametrische Varianzanalyse (FRIEDMANN 1937, MOOD-BROWN 1946). Für unser Arbeitsgebiet kommen in erster Linie die verteilungsfreien Vorzeichen- und Anordnungstests in Betracht, die u. a. von VAN DER WAERDEN (1957) beschrieben werden (weitere Literatur-Angaben s. SCHMETTERER [1956]).
6. Wir haben die Varianzanalyse als einen additiven Prozeß aufzufassen: die Gesamtvarianz wird in die Varianzen ihrer Komponenten zerlegt. M. a. W.: Die Gesamtvariabilität wird nach den verschiedenen Variationsursachen aufgespalten – „analysiert“, wie wir sagen. Sofern nicht besondere Versuchsbedingungen vorliegen, kommt eine testmäßige Prüfung auf Additivität der Einzelvarianzen nicht in Betracht.
7. Dagegen ist eine Prüfung auf Homogenität der Einzelvarianzen vor jeder Streuungszersetzung allgemein zu empfehlen. Diese Prüfung wird i. d. R. mit Hilfe des BARTLETT-Tests (BARTLETT 1937, E. WEBER 1956, Kap. 40) durchgeführt. Auch der BARTLETT-Test ist bereits für einige Elektronenrechner programmiert worden.

### 3. Geringe Differenzen zwischen den Bestandesdichten der Versuchsglieder bei Versuchsbeginn

3.1 Eine gleiche Bestockungsdichte auf allen Vergleichsflächen bei Versuchsbeginn, wie sie eingangs umschrieben wurde, können wir jedoch allgemein *nicht* voraussetzen. Sie stellt vielmehr einen Ausnahmefall dar, den wir bei der praktischen Versuchsarbeit höchst selten antreffen. Wir sollten also besser davon ausgehen, daß die Bestockungsdichte unserer Versuchsbestände bei Versuchsbeginn *nicht* gleich ist.

<sup>4</sup> Einen wertvollen diesbezüglichen Hinweis verdankt der Verfasser seinem Eberswalder Kollegen Dr. O. DITTMAR (briefliche Mitteilung 1964).

3.2 Sind die Unterschiede in der Bestandesdichte nur gering, so können wir die Versuche, von wenigen, im folgenden zu erörternden Ausnahmen abgesehen, in der gleichen Weise und mit den gleichen Methoden auswerten, wie dies für das dichte-gleiche Modell im Abschnitt 2 beschrieben wurde. Zur Anlage von Düngungsversuchen sollten wir ausschließlich solche Versuchsbestände wählen, die auf ihren Teilflächen nur geringe Unterschiede in der Bestandesdichte aufweisen. Wir müßten uns jedoch zuvor darüber klar werden, was wir hierbei noch als geringen Unterschied in der Bestockungsdichte ansprechen können, mit anderen Worten: wo wir etwa den Grenzwert zwischen geringerer und höherer Bestockungsdichte-Differenz annehmen sollen.

3.3 Zu dieser Fragestellung können wir noch keine für die standörtlichen und sonstigen Eigenheiten jedes Versuches individuell gültige Lösung angeben. Voraus-

Tabelle 2

Auszug aus der Zuwachs-Reduktionstafel zur vorläufigen Fichten-Ertragstafel für Bayern  
— mittleres Ertragsniveau —

(ASSMANN-FRANZ 1963)

(lfd. Volumenzuwachs in VfmS für 5jährige Zuwachsperioden)

Alter	Kennwert	ET-Bestockungsgrad, bezogen auf die optimale Grundfläche = 1.00								Maxi- male Grund- fläche
		.5	.6	.7	.8	.9	1.0	1.1	1.2	
H <sub>0</sub> -Bonität 40 (h <sub>0</sub> = 40 m im Alter 100)										
40	G/ha .....	19.9	23.8	27.8	31.8	35.7	39.7	43.6	47.6	50.8
	n. B. G. ....	.40	.47	.55	.63	.71	.79	.86	.94	1.00
	rel. Zuwachs ..	.60	.72	.83	.91	.97	1.00	1.00	.98	.94
60	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	15.0	18.0	20.6	22.7	24.2	24.9	24.9	24.4	23.5
	G/ha .....	26.0	31.1	36.3	41.5	46.7	51.9	57.0	62.2	63.3
	n. B. G. ....	.41	.50	.58	.66	.74	.82	.91	.99	1.00
80	rel. Zuwachs ..	.59	.71	.82	.91	.97	1.00	1.00	.97	.96
	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	13.3	16.1	18.5	20.5	21.9	22.6	22.6	21.9	21.7
	G/ha .....	30.3	36.3	42.4	48.4	54.5	60.5	66.6	—	69.5
100	n. B. G. ....	.44	.53	.61	.70	.79	.88	.96	—	1.00
	rel. Zuwachs ..	.58	.70	.81	.90	.97	1.00	1.00	—	.98
	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	10.6	12.8	14.9	16.5	17.7	18.3	18.2	—	18.0
40	G/ha .....	32.9	39.5	46.1	52.6	59.2	65.8	—	—	72.3
	n. B. G. ....	.46	.55	.64	.73	.82	.91	—	—	1.00
	rel. Zuwachs ..	.57	.69	.81	.90	.97	1.00	—	—	1.00
60	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	8.1	9.9	11.5	12.9	13.9	14.3	—	—	14.2
	H <sub>0</sub> -Bonität 20 (h <sub>0</sub> = 20 m im Alter 100)									
	40	G/ha .....	5.9	7.0	8.2	9.4	10.5	11.7	—	—
n. B. G. ....		.49	.59	.69	.79	.89	.98	—	—	1.00
rel. Zuwachs ..		.55	.68	.80	.90	.98	1.00	—	—	1.00
60	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	2.7	3.4	4.0	4.5	4.8	4.9	—	—	4.9
	G/ha .....	11.7	14.1	16.4	18.8	21.1	23.4	—	—	23.9
	n. B. G. ....	.50	.59	.69	.79	.89	.99	—	—	1.00
80	rel. Zuwachs ..	.55	.68	.80	.90	.98	1.00	—	—	1.00
	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	3.8	4.7	5.6	6.3	6.8	7.0	—	—	7.0
	G/ha .....	16.1	19.3	22.5	25.7	28.9	32.1	—	—	32.5
100	n. B. G. ....	.50	.60	.70	.79	.89	.99	—	—	1.00
	rel. Zuwachs ..	.55	.68	.80	.90	.98	1.00	—	—	1.00
	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	3.6	4.5	5.3	6.0	6.4	6.6	—	—	6.6
40	G/ha .....	18.5	22.2	25.9	29.6	33.2	36.9	—	—	37.3
	n. B. G. ....	.50	.60	.70	.80	.90	.99	—	—	1.00
	rel. Zuwachs ..	.55	.68	.80	.90	.98	1.00	—	—	1.00
60	Z <sub>v</sub> in VfmS ..	2.9	3.6	4.2	4.8	5.1	5.3	—	—	5.3

setzung hierfür wäre, daß wir die Beziehungen zwischen der Bestandesdichte und der Zuwachsleistung der Versuchsholzarten auf dem entsprechenden Versuchsstandort genau kennen, was in der Regel nicht der Fall ist. Wir können also nur unsere an den langfristigen Versuchsreihen gewonnenen (und zunächst nur für deren Standort und Wuchsgebiet geltenden) Untersuchungsergebnisse verallgemeinern und, mit der gebotenen Vorsicht, zur Beurteilung der speziellen Versuchssituation heranziehen.

3.4 Für gleichaltrige Fichten-Reinbestände in Bayern hat das Münchner Institut für Ertragskunde im vergangenen Jahr eine regionale Leitbeziehung hergeleitet und tabelliert, die das durchschnittliche Verhältnis von Anfangsgrundfläche und Volumzuwachs für fünfjährige Zuwachsperioden wiedergibt. Mit Hilfe dieser Tabelle kann man den durchschnittlichen Zuwachsverlust abschätzen, der bei Veränderung der Grundflächenhaltung gegenüber der optimalen Grundfläche zu erwarten ist. Für die Fichte im Anwendungsgebiet der Leitbeziehung kann die Tafel auch zum Abschätzen des im Abschnitt 3.2 beschriebenen Grenzwertes verwendet werden.

Die Zuwachs-Reduktionstabelle ist der neuen vorläufigen Ertragstafel für bayerische Fichtenbestände mit dreifach gestuftem Ertragsniveau in Höhenlagen bis zu 900 m (ASSMANN und FRANZ, 1963) angegliedert, die aus einem zusammenhängenden Gleichungskoeffizienten-Schema hergeleitet und voll programmiert ist. Das Konstruktions- und Rechenprogramm für die neue Tafel und zahlreiche ihr angeschlossene Zusatztabelle wurde vom Verfasser für den Elektronenrechner IBM 7090 entwickelt. Es wird in erster Linie für die Konstruktion von Standort-Ertragstafeln verwendet.

Die Tafeln für die einzelnen Ertragsniveaustufen enthalten vorerst elf Bonitäten mit äquidistantem Höhenabstand (2 Meter) im Alter 100. Der Bonitierungs-fächer kann durch Abruf der Gleichungskoeffizienten für die Zwischenbonitäten beliebig verdichtet werden. Bonitierungsweiser ist die Alters-Oberhöhen-Beziehung (an Stelle der bisher üblichen AHK der Bestandesmittelhöhe), Bonitätskennwert die Oberhöhe

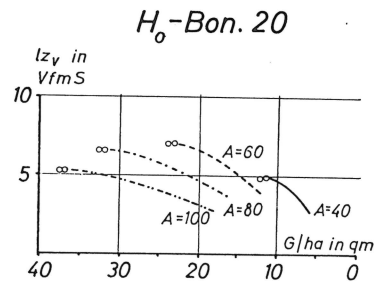
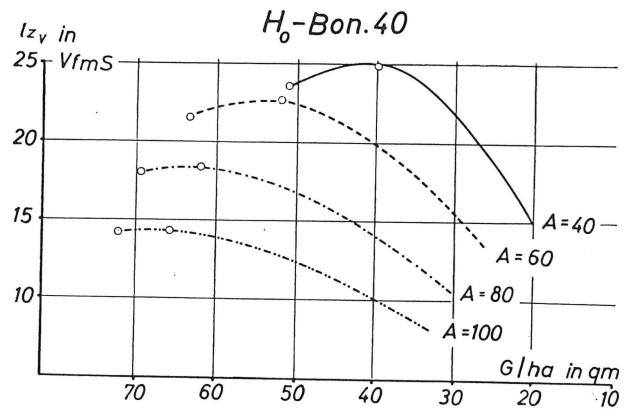


Abb. 1. 5j. Volumzuwächse (Erwartungswerte) in Abhängigkeit von der Bestandesdichte (Grundfläche vbl. Bestand). H<sub>0</sub>-Bon. 40 und 20, Bestandesalter 40, 60, 80 und 100 — nach der Zuwachs-Reduktionstafel für Fichte — mittleres Ertragsniveau — in Bayern (ASSMANN-FRANZ, 1963)

$H_0$  im Alter 100<sup>5</sup> (an Stelle der römischen Bonitätsziffern bei den meisten derzeit gebräuchlichen Ertragstafeln)<sup>6</sup>. Als Tafelgrundfläche (vgl. Bestand) ist die optimale Grundfläche für das jeweilige Ertragsniveau eingegeben worden. Die angeschlossene

Zuwachs-Reduktions-Tabelle enthält daneben auch die entsprechende maximale Grundfläche (vgl. Bestand).

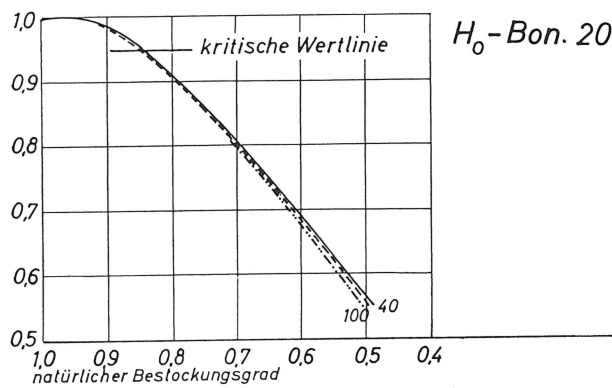
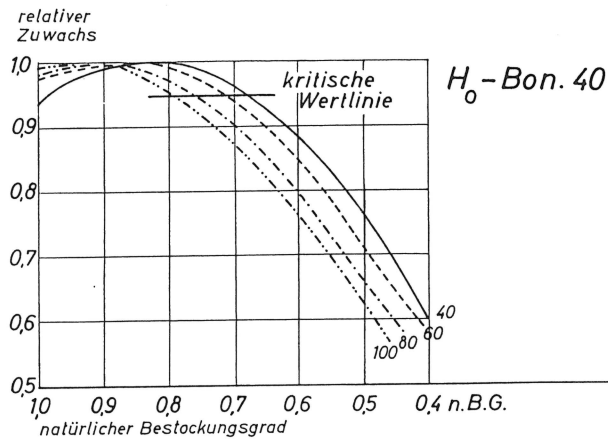


Abb. 2. Relativer Volumzuwachs über dem natürlichen Bestockungsgrad. Vol.-Zuw. bei optimaler Grundfläche (= ET-Grundfläche) = 1.0; maximale Grundfläche = 1.0.  $H_0$ -Bon. 40 und 20, Bestandesalter 40, 60, 80 und 100 — nach der Zuwachs-Reduktionstafel für Fichte — mittleres Ertragsniveau — in Bayern (ASSMANN-FRANZ, 1963)

3.6 Aus Abb. 1 bis 3 entnehmen wir, daß im Durchschnitt nur geringe Zuwachsänderungen zu erwarten sind, wenn wir die Grundfläche im Bereich der optimalen Bestockungsdichte variieren. Grundflächenschwankungen bis zu etwa  $\pm 0,1$  der optimalen Grundfläche (entsprechend 1.1 bis 0.9 Tafel-BG) haben in diesem Bereich systematische Zuwachsveränderungen nur bis zu durchschnittlich 3 Prozent des maximal

3.5 In Tab. 2 und auf Abb. 1 bis 3 sind für die beste und die geringste Bonität der neuen vorläufigen Ertragstafel für mittleres Ertragsniveau bayerischer Fichtenbestände ( $H_0$ -Bonitäten 40 und 20) die Werte der Zuwachs-Reduktionstabelle für die ET-Bestockungsgrade 0,5 bis 1,2 im Alter 40, 60, 80 und 100 auszugsweise wiedergegeben. Abb. 1 zeigt den laufenden Volumzuwachs in VfmS (Erwartungswert), aufgetragen über die Grundfläche (vgl. Bestand) zu Beginn der fünfjährigen Zuwachsperiode, Abb. 2 den relativen Zuwachs (Zuwachs bei optimaler Grundfläche = 1.00) über dem natürlichen Bestockungsgrad (maximale Grundfläche = 1.00) und Abbildung 3 den relativen Zuwachs über dem Tafel-Bestockungsgrad (Tafelgrundfläche = optimale Grundfläche = 1.00).

<sup>5</sup> Oberhöhe als Höhe des Grundflächenmittelstammes der 100 stärksten Bäume pro ha bestimmt.

<sup>6</sup> Das zugrunde gelegte Bonitierungssystem entspricht weitgehend dem site-index-System, nach dem die modernen amerikanischen Ertragstafeln gegliedert sind.



erreichbaren Zuwachses zur Folge. Bei der in der Regel hohen Streuung der Zuwachswerte würden wir mit einer auf den engen Bereich von 0,9 bis 1,1 Tafel-BG beschränkten partiellen Zuwachsregression Zuwachs/Ausgangs-Bestockungsdichte (bezogen auf gleiche Alter und Zuwachsperioden)

$$Z_v = a + b \cdot G - c \cdot G^2 + \varepsilon$$

wahrscheinlich überhaupt kein Bestimmungsgewicht für G und G<sup>2</sup> feststellen. In diesem Fall können wir die Ausgangs-Bestandesdichte als korrelativ wirkende Variationsursache vernachlässigen.

3.7 Befinden wir uns mit unseren Grundflächen bei Versuchsbeginn im Bereich des Grundflächenoptimums, so können wir Unterschiede in der Bestandesdichte der Vergleichsparzellen von ca. ± 0,1 B.G.<sub>opt</sub>-Einheiten nach dem zugrunde gelegten Modell als gering annehmen und die spätere Versuchsauswertung nach einem der Lösungsmodelle für dichtegleiche Ausgangslage (vgl. Abschnitt 2) vornehmen, ohne ins Gewicht fallende Fehler befürchten zu müssen. Die hierbei zu tolerierenden Grundflächen-Differenzen betragen nach dem geschilderten Modell:

- für eine opt. Grundfl. (vbl. Bestand) von 50 qm: ± 5 qm, Grenzwerte entspr. 45 u. 55 qm
- für eine opt. Grundfl. (vbl. Bestand) von 60 qm: ± 6 qm, Grenzwerte entspr. 54 u. 66 qm
- für eine opt. Grundfl. (vbl. Bestand) von 70 qm: ± 7 qm, Grenzwerte entspr. 63 u. 77 qm

3.8 Liegt die Bestockungsdichte unserer Versuchsglieder bei Versuchsbeginn eindeutig unter den optimalen Werten, etwa im Bereich der kritischen Grundfläche oder noch darunter, so können wir einen Toleranzbereich, innerhalb dessen Unterschiede in der Grundflächenhaltung noch als ± zuwachs-invariant anzusprechen sind, nicht mehr ausscheiden. Wie die Abb. 1 bis 3 zeigen, wird die Zuwachs-Reduktionskurve unterhalb der kritischen Grundfläche sehr steil. Hier lassen bereits geringe Unterschiede in der Grundflächenhaltung größere systematische Zuwachsunterschiede erwarten.

Die Angabe eines Wertbereiches für zuwachs-invariante Grundflächendifferenzen unterhalb der kritischen Grundflächen wäre auch mit Blick auf das zugrunde gelegte biometrische Modell

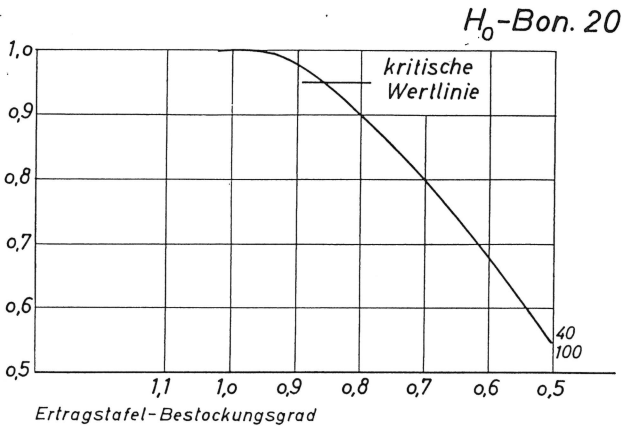
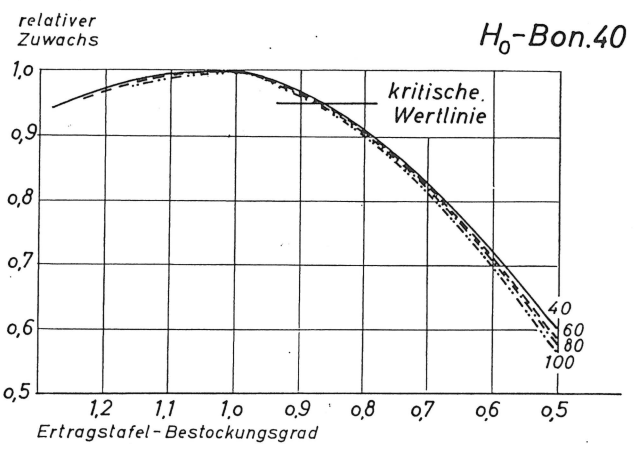


Abb. 3. Relativer Volumzuwachs über dem Ertragstafel-Bestockungsgrad (Fi-ET Bayern — m. EN., ASSMANN-FRANZ, 1963), ET-Grundfläche = 1.0. Relative Zuwächse wie Abb. 2

der Zuwachsreduktionskurve über der Grundflächenhaltung (s. hierzu ASSMANN, 1950, 1956, 1957, 1961, 1962) biometrisch nicht vertretbar<sup>7</sup>.

3.9 Bei der Auswertung von Düngungspartellen mit voneinander abweichenden Ausgangsgrundflächen im Bereich der kritischen Grundflächenhaltung und darunter sollten wir darum grundsätzlich – auch wenn die Grundflächendifferenzen nur gering sind – die Bestandesdichte als kovariante Variationsursache mit berücksichtigen. Das Verfahren für die Auswertung solcher Versuchspläne ist, ganz allgemein, die Kovarianzanalyse, die im folgenden Abschnitt noch kurz gestreift werden soll.

#### 4. Größere Differenzen zwischen den Bestandesdichten der Versuchsglieder bei Versuchsbeginn

4.1 Wenn wir Düngungsversuche auswerten wollen, in denen die Anfangsgrundfläche als zuwachsvariierender und daher das Versuchsergebnis primär beeinflussender Faktor im Spiel ist, so müssen wir dem ein Verfahrensmodell zugrunde legen, welches den Einfluß dieses „kovariierenden Faktors“ Grundfläche zu erfassen und als Variationsursache bei der Deutung des „reinen“ Düngungseffektes zu eliminieren vermag. Das gängige Modell hierfür ist das der Kovarianzanalyse. Die praktische „Handhabung“ der Kovarianzanalyse wird allgemein bekannt sein. Sie wurde mehrfach auch schon zur Prüfung forstwissenschaftlicher Hypothesen herangezogen. Das Verfahren ist in mehreren Abwandlungen, ebenso wie die Varianzanalyse, für einige Typen von Elektronenrechnern bereits programmiert worden.

Die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Kovarianzanalyse sind – abgewandelt – die gleichen, wie sie für die Varianzanalyse in den Abschnitten 2.3 bis 2.5 aufgezählt wurden.

4.2 Ebenso wie über die Varianzanalyse existiert auch über die Kovarianzanalyse eine umfangreiche Literatur. Hingewiesen sei zunächst auf die einführenden Darstellungen des Verfahrens in den gebräuchlichen Lehrbüchern von LINDER (1960, Abschnitt 62, Mitstreuungszerlegung) mit dem bekannten „Sägezeit“- und „Tabakblatt“-Beispiel (S. 227–233) und von ERNA WEBER (1961, Kap. 50/51) mit dem oft herangezogenen „Ratten“-Beispiel (S. 293).

Die Methode der Kovarianzanalyse wurde inzwischen für zahlreiche typische Modellsituationen spezifiziert. Einen interessanten Überblick hierüber vermittelt das Sonderheft „The Analysis of Covariance“ der „Biometrics“ (Bd. 13, H. 3, 1957).

4.3 Zum Abschluß sei noch auf einige Verfahren hingewiesen, die in diesen Abschnitt der kovarianten Zuwachsvergleiche zu stellen sind und die bisher, zumindest in Deutschland, kaum Beachtung gefunden haben. Es sind dies die Verfahrensvorschläge von RAO (1958) zum statistischen Vergleich von Zuwachswerten (growth rates) und Wachstumskurven (growth curves). Diese Verfahren dürften besonders für den Vergleich des Zuwachs- und Wachstumsganges auf verschieden gedüngten Flächen mit unterschiedlicher Bestockungsdichte bei Versuchsbeginn von großem Wert sein. An

<sup>7</sup> Auf die Bedeutung einer fundierten Theorie für eine hinreichende Interpretation der geschilderten Zusammenhänge hat ASSMANN in einer neuen Arbeit (1964, S. 220) hingewiesen: „Ohne eine haltbare Theorie, welche die gesetzmäßigen Zusammenhänge befriedigend erklärt, und ohne Kenntnis der systematischen Fehlermöglichkeiten, die in langjähriger Versuchspraxis erwachsen ist, können die Ergebnisse von Durchforstungsversuchen nicht zutreffend interpretiert werden.“

Tabelle 3

Zuwachsvergleich auf drei Flächengruppen mit unterschiedlicher Düngung. Jede Düngungsart in drei Flächenwiederholungen. Vier Zuwachsperioden. Methode 1 nach RAO (1958, S. 2-6). Voraussetzung: Zeit-Metameter linear

BIOMETRISCHES MODELL						
A. Anfangsvorräte (verbleibender Bestand) und Zuwachswerte in VfmS						
Fläche-Nr.	Anfangsvorrat/ $y_0$	$z_v$ in den Zuwachsperioden				$b = b^* / 1000$
		$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	
<i>I. 0-Flächen</i>						
O—1	571	51	41	55	46	82.827
O—2	540	34	61	34	49	77.077
O—3	531	33	48	33	45	68.694
$Sy_0$	1 642					Sb 228.598
$Sy_0^2$	899 602					Sb <sup>2</sup> 17520.041
<i>II. Flächen mit Düngung 1</i>						
Dü 1—1	568	45	52	50	53	86.208
Dü 1—2	541	46	42	49	44	77.776
Dü 1—3	529	37	46	44	34	69.409
$Sy_0$	1 638					Sb 233.393
$Sy_0^2$	895 146					Sb <sup>2</sup> 18298.534
<i>III. Flächen mit Düngung 2</i>						
Dü 2—1	572	50	58	63	59	99.195
Dü 2—2	564	52	56	61	55	96.477
Dü 2—3	527	51	42	49	52	83.267
$Sy_0$	1 663					Sb 278.939
$Sy_0^2$	923 009					Sb <sup>2</sup> 26080.852
$\Sigma y_i$	4 943	399	446	438	437	$\Sigma b$ 740.930
$\Sigma y_i^2$	2 717 757					$\Sigma b^2$ 61899.426
Kennwerte für die Herleitung von b:						
						$g_1 = \Sigma y_1 = 399$
						$g_2 = \Sigma y_2 = 446$
						$g_3 = \Sigma y_3 = 438$
						$g_4 = \Sigma y_4 = 437$
$b^* = g_1 \cdot y_1 + g_2 \cdot y_2 + g_3 \cdot y_3 + g_4 \cdot y_4$						
B. Herleitung der Kovarianz-Kennwerte						
$ST_{bb} = \Sigma b^2 - \frac{\Sigma b \cdot \Sigma b}{N_{Flä}} = 61899.43 - (740.93)^2/9 = 901.96 = SQ_{bb}\text{-Total}$						
$SJ_{bb} = 101.03 + 141.10 + 145.20 = 387.33 = SQ_{bb}\text{-Innerhalb}$						
$ST_{by_0} = \Sigma by_0 - \frac{\Sigma b \cdot \Sigma y_0}{N_{Flä}} = 408186.91 - (4943 \cdot 740.93)/9 = 1251.69 = SQ_{by_0}\text{-Total}$						
$SJ_{by_0} = 273.01 + 327.74 + 409.09 = 1009.84 = SQ_{by_0}\text{-Innerhalb}$						

Fortsetzung Tabelle 3

$$S_{y_0 y_0}^T = \sum y_0^2 - \frac{\sum y_0 \cdot \sum y_0}{N_{Fl\ddot{a}}} = 2717757 - (4943)^2/9 = 2951.56 = SQ_{y_0 y_0}\text{-Total}$$

$$S_{y_0 y_0}^J = 880.68 + 798.00 + 1152.68 = 2831.36 = SQ_{y_0 y_0}\text{-Innerhalb}$$


---

**C. VA und CoVA für b und y<sub>0</sub>**

Varianzursache	FG <sub>1</sub>	S <sub>bb</sub>	S <sub>by<sub>0</sub></sub>	S <sub>y<sub>0</sub>y<sub>0</sub></sub>	S <sub>bb</sub> korrr. n. y <sub>0</sub>	FG <sub>2</sub>	MQ	F
Zwischen den Flächen	2	514.63	241.85	120.20	344.00	2	172.00	31.67
Innerhalb der Flächen	6	387.33	1009.84	2831.36	27.15	5	5.43	**
Total	8	901.96	1251.69	2951.56	371.15 (530.81)	7		

$S_{bb}(\text{korr. n. } y_0) = S_{bb} - [(S_{by_0})^2/S_{y_0 y_0}]$ ; Korrekturen siehe Klammerwerte bei S<sub>bb</sub>korrr.  
 $SQ_{\text{zwischen}} = SQ_{\text{Total}} - SQ_{\text{Innerhalb}}$   
 $F_{\text{err}} = MQ_{\text{zwischen}}/MQ_{\text{Innerhalb}}$

---

**D. Testergebnis**

- Die Versuchsbehandlung bewirkte z. T. „echte“, d. h. signifikante Mehrleistungen an Volumenzuwachs gegenüber den Nullflächen. Der errechnete F-Wert von 31.67 für n<sub>1</sub>=2, n<sub>2</sub> = 5 für die vom Einfluß der unterschiedlichen Anfangs-Vorratshaltung bereinigten Zuwachsunterschiede liegt oberhalb des F-Wertes für p = 0.01 (F<sub>0,01</sub> = 13.27 für n<sub>1</sub> = 2, n<sub>2</sub> = 5) und zeigt hochsignifikante Zuwachsunterschiede (\*\*) an. Die Unterschiede zwischen den Mitteln der Regressionskoeffizienten
 
$$\begin{aligned} b_1 &= 76.20 \\ b_2 &= 77.80 \\ b_3 &= 92.98 \end{aligned}$$
 lassen auf nennenswerte Zuwachsdifferenzen, insbesondere zwischen der Düngung 2 und Ungedüngt, aber auch zwischen den Düngungen 1 und 2 schließen. Zwischen Düngung 1 und Ungedüngt besteht dagegen kein gesicherter Unterschied (D<sub>0,05</sub>-Düngungen = 13.5).
- Daneben besteht ein ausgeprägter Zusammenhang zwischen der Anfangsvorratshaltung und dem Zuwachsgang. Die korrigierten S<sub>bb</sub>-Werte weichen wesentlich von den unkorrigierten S<sub>bb</sub>-Werten ab. Die Korrekturverhältnisse B = Korrr/S<sub>bb</sub> sind insbesondere bei S<sub>bb</sub> (innerhalb) sehr hoch:
 
$$\begin{aligned} B(\text{innerhalb}) &= 360.17 / 387.33 = 0.93 \\ B(\text{Total}) &= 530.81 / 901.96 = 0.59 \end{aligned}$$

Hand eines Düngungsversuchsmodells (eine Null-Parzelle, zwei Düngungen, jeweils dreimal wiederholt: vier Zuwachsperioden; unterschiedliche Bestockungsdichte bei Versuchsbeginn) wird in Tab. 3 eines der von RAO beschriebenen Verfahren dargestellt.

Das Verfahren wurde für vorgegebene lineare Zeit-Metameter und einen maximalen Versuchsumfang von 20 Flächen × 20 Wiederholungen × 20 Zuwachsperioden für den Elektronenrechner IBM 7090 FORTRAN II-programmiert. Es ist ebenso für die Auswertung anderer Bestimmungsgrößen, etwa von Höhen, Durchmesser und

Grundflächen, geeignet. Nach dem bisherigen Testlauf-Ergebnis beträgt die Rechenzeit bei maximaler Programm-Auslastung weniger als eine halbe Minute.

In der Forstgenetik und Forstpflanzenzüchtung werden schon seit längerem sehr hochentwickelte Verfahren zum biometrischen Vergleich von Wachstums- (und Zuwachs-) Werten verwendet, die zumeist in den USA, in Schweden, Großbritannien und der Schweiz erarbeitet wurden. In Deutschland haben sich besonders STERN (1956, 1959, 1961), SCHRÖCK (1951, 1957) und W. SCHMIDT (1955, zusammen mit STERN) um die Einführung und Weiterentwicklung solcher Verfahren bemüht. Bei der anzustrebenden Präzisierung unserer ertragskundlichen Methoden des Wachstums- und Zuwachsvergleiches sollten wir die Arbeiten der genannten Autoren weitestgehend heranziehen. Daß uns hierbei auch die Arbeitsergebnisse aus den entsprechenden Disziplinen der Landwirtschaftswissenschaften zahlreiche wertvolle Hinweise zu vermitteln vermögen, sei nur am Rande erwähnt.

Nach Drucklegung des Vortrages erhielt der Verfasser Kenntnis von der sehr aufschlußreichen Untersuchung von H. THOMASius über die Anlage und Auswertung forstlicher Versuche mit unterschiedlicher Standortsgüte (Arch. f. Forstwes. 1963), die sich mit ähnlichen methodischen Fragen befaßt. Die Arbeit konnte leider nicht mehr ausgewertet werden.

### Zusammenfassung

Am Beispiel von drei Modellen werden Lösungswege aufgezeigt, die wir bei der vergleichenden Zuwachsauswertung von Düngungsversuchen mit unterschiedlicher Ausgangs-Bestockungsdichte beschreiben können. Die Varianzanalyse ist für die Auswertung solcher Versuche nur beschränkt verwendbar. Der Modellsituation am besten angepaßt ist eine auf das jeweilige Versuchsbild abgestimmte Methode der Kovarianzanalyse.

### Literatur

- ASSMANN, E., 1950: Grundflächen- und Volumzuwachs der Rotbuche bei verschiedenen Durchforstungsgraden. Forstw. Cbl. **69**, 256-286. — ASSMANN, E., 1956a: Natürlicher Bestockungsgrad und Zuwachs. Forstw. Cbl. **75**, 257-265. — ASSMANN, E., 1956b: Durchforstungsstärke und Zuwachsleistung. Der Forst- und Holzwirt, **11**, 364-370. — ASSMANN, E., 1957: Durchforstungsgrad und Zuwachsleistung bei vier typischen Buchen-Versuchsreihen. Allgem. Forstzeitschrift, **12**, 329-333. — ASSMANN, E., 1961: Waldertragskunde. 490 S., BLV-Verlag, München-Bonn-Wien. — ASSMANN, E., 1962: Die Fortentwicklung unserer Ertragstafeln. Allg. Forstzeitschrift, **17**. — ASSMANN, E., und FRANZ, F., 1963: Vorläufige Fichten-Ertragstafel für Bayern (dreifaches Ertragsniveau). Manuskriptdruck, Veröffentlichung vorbereitet. — ASSMANN, E., 1964: Der Fichten-Durchforstungsversuch Bowmont. AFJZ, **135**, 213-226. — BAKER, R. D., und HUNT, E. v., 1960: Continous forest inventory with punched card machines for small property. Steph. F. Austin State Coll. Bull. Nr. 5, 51 S. — BARTLETT, 1937: Properties of sufficiency and statistical tests. R. Soc. London A, **160**, 268-282. — BEHRENS, W. U., 1956: Die Gültigkeit des t-Testes. Z. f. Pflanzenzüchtung, **36**, 214-227. — BRITISH FORESTRY COMMISSION, 1963: Index of Computer Programme Specifications. 10 S., Manuskriptdruck. — JEFFERS, J. N. R., 1962: The electronic digital computer in forest research and management. Report on Forest Research 1962, 166-178. — LE ROY, H. L., 1956: Das Risiko erster und zweiter Art sowie die „Power Function“ von NEYMAN und PEARSON als Grundlagen zur objektiven Beurteilung der Testverfahren für die Prüfung von Durchschnittsdifferenzen. Vortrag Linz, 12 S., Manuskriptdruck, unveröffentlicht. — LIENERT, G. A., 1962: Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik 361 S., Verlag Anton Hain, Meisenheim. — LIENERT, G. A., 1962a: Über die Anwendung von Variablentransformationen in der Psychologie. Biom. Zeitschrift, **4**, 145-181. — LINDER, A., 1953: Planen und Auswerten von Versuchen. 182 S., Birkhäuser-Verlag, Basel-Stuttgart. — LINDER, A., 1956: Planen von Versuchen. Vortrag, Linz. Manuskript, unveröffentlicht. — LINDER, A., 1956: Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. 3. Aufl., 484 S., Birkhäuser-Verlag, Basel-Stuttgart. — MATÉRN, B., 1957: A routine for computing the degrees of freedom in Analysis of variance.

- Biometrics, **13**, 541-543. — MUDRA, A., 1958: Statistische Methoden für landwirtschaftliche Versuche. 344 S., Parey-Verlag, Berlin und Hamburg. — PERSSON, O., 1963: The use of computers at the Royal College of Forestry in Stockholm. Vortrag, Alice Holt Lodge. 5 S., Manuskriptdruck, unveröffentlicht. — PFANZAGL, 1956: Das Testen von Hypothesen und die Berechnung von Fehlergrenzen. Vortrag, Linz. 22 S., Manuskriptdruck, unveröffentlicht. — PRODAN, M., 1961: Forstliche Biometrie. 432 S., BLV-Verlag, München-Bonn-Wien. — PRODAN, M., 1961a: Zur Lochkarten- und Elektronenauswertung in der Forstwirtschaft. In: Forstwissenschaft im Dienste der Praxis. S. 138-148, BLV-Verlag, München-Basel-Wien. — RAO, C. R., 1958: Some statistical methods for comparison of growth curves. Biometrics, **14**, 1-17. — SCHMETTERER, L., 1956: Einführung in die mathematische Statistik. 405 S., Springer, Wien. — SCHMIDT, W., und STERN, K., 1955: Methodik und Ergebnis eines Wachstumsvergleiches an einer zwanzigjährigen Kiefernversuchsfläche. Z. f. Forstgen. und Forstpflanzenzüchtung, **4**, 38-58. — SCHRÖCK, O., 1951: Beitrag zur Methodik der Leistungsprüfung in der Forstpflanzenzüchtung. Der Züchter, **21**, 368-370. — SCHRÖCK, O., 1957: Vergleichende Untersuchungen des Wachstumsganges an Einzelbäumen aus verschiedenen alten Kiefernbeständen. Archiv f. Forstwesen, **6**, 828-847. — STERN, K., 1956: Über die Erbllichkeit des Wachstums. Der Züchter, **26**, 121-127. — STERN, K., 1959: Über erblich bedingte Unterschiede zwischen Wachstumsabläufen. Biometr. Zeitschrift, **1**, 219-239. — STERN, K., 1961: Plusbäume und Samenplantagen. 116 S., J. D. Sauerländer's Verlag, Frankfurt/M. — WAERDEN, B. L. VAN DER, 1957: Mathematische Statistik. 360 S., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg. — WEBER, E., 1956: Streuungszersetzung; Einführung. Vortrag, Linz. Manuskript, unveröffentlicht. — WEBER, E., 1961: Grundriß der biologischen Statistik. 4. Aufl., 566 S., VEB-Verlag G. Fischer, Jena. — YOUNG, H. A., und ALTENBERGER, R. A., 1963: Electronic computers and non-research forestry applications. The Consultant (7), 4 S.