Der Einfluß einiger Baumdimensionen auf den Volumenzuwachs von Einzelbäumen im Bestand

Von R. Kennel

In der ertragskundlichen Forschung gewinnen Untersuchungen an Einzelbäumen im Bestand immer mehr an Bedeutung. Manche Frage, bei der die Bestandesstruktur eine Rolle spielt, läßt sich durch Auflösen des Waldes in seine Grundelemente, die Bäume, und durch Experimentieren mit diesen Bausteinen einer Lösung näherbringen, ohne daß man auf die Ergebnisse langjähriger Versuche zu warten braucht. Ich denke z. B. an die Frage, ob der Plenterwald in seiner Leistung dem schlagweisen Hochwald überlegen sein kann, oder ob eine Baumart in Mischung mit einer anderen mehr zu leisten vermag als im Reinbestand und worauf das gegebenenfalls zurückzuführen ist.

Es läßt sich an Fichten-Buchen-Mischbeständen leicht nachweisen, daß die Flächenleistung der Fichte im Mischbestand größer ist als im Reinbestand. Das kann zwei Gründe haben. Entweder ist die Fichte der Buche im Höhenzuwachs überlegen und hat daher im Mischbestand auf Kosten der Buche im Durchschnitt eine bessere Position zum Licht oder die Fichte zieht aus der Vergesellschaftung mit der Buche andere Vorteile, z. B. über eine Verbesserung des Bodenzustandes.

Um diese beiden Wirkungen zu trennen, hat man die Möglichkeit, im Rein- und Mischbestand Fichten zu suchen, die sich in ihren Dimensionen und in ihrer sozialen Stellung genau gleichen. Zuwachsunterschiede dieser Fichten wären dann auf andere Ursachen zurückzuführen, der Einfluß von Dimension und sozialer Stellung wäre ausgeschaltet. Es leuchtet ein, daß es sehr schwer ist, eine genügend große Zahl solcher Fichten, die sich genau gleichen, im Rein- und Mischbestand zu finden. Einen eleganteren Weg bietet uns die mathematische Statistik mit der Mehrfachkorrelationsrechnung. Mit ihrer Hilfe gelingt es, die Einflüsse, die auf den Zuwachs wirken, voneinander zu trennen und gewissermaßen zu abstrahieren, so daß es möglich ist, vergleichbare Idealbäume für den Rein- und Mischbestand zu konstruieren.

Ich möchte nun an Hand von einigen Beispielen den Gang der Mehrfachkorrelation schildern und zum Schluß ein Beispiel für den Vergleich der Fichte im Reinbestand und im Buchen-Fichten-Mischbestand geben. Da bei diesem Vergleich die soziale Stellung der Bäume und damit die Belichtung der Krone eine ausschlaggebende Rolle spielt, habe ich versucht, die soziale Stellung in einer Zahl zu erfassen. Am geeignetsten erschien mir die Höhe des Baumes in Prozent der Höhe der Nachbarbäume. Da die Beschattung durch die Nachbarbäume von deren Kronengröße abhängt, außerdem aber mit dem Quadrat des Abstandes abnimmt, habe ich die Mittelhöhe der Nachbarstämme in der Weise berechnet, daß ihre Höhe mit dem Quotienten Kronenschirmfläche : Abstandsquadrat gewogen wurde. h_1, die Höhe des ersten Nachbarbaumes erhält als Gewicht den Quotienten k_1/a_1^2, dazu kommt die Höhe des zweiten Nachbarn, gewogen mit k_2/a_2^2 und so fort, wobei k die Kronenschirmfläche und a der Abstand der Kronenschwerpunkte ist:

$$h : \frac{h_1 \cdot k_1/a_1^2 + h_2 \cdot k_2/a_2^2 \dots}{\Sigma\, k_i/a_i^2} \cdot 100$$

Lücken wurden mit ihrer Fläche und ihrem Abstand wie Bäume mit eingerechnet. Als Höhe wurde bei den Lücken die mittlere Höhe des Kronenansatzes im Bestand eingesetzt.

Für jeden Baum der sechs untersuchten Bestände wurde der Volumenzuwachs an Schaftholz für die letzten 5 bis 10 Jahre berechnet und auf die Kronenschirmfläche des Baumes bezogen.

In einer Mehrfachkorrelationsrechnung habe ich dann die Abhängigkeit des Zuwachses pro qm Kronenschirmfläche von fünf Variablen, nämlich Durchmesser, Höhe, Kronenschirmfläche, sozialer Stellung und Plumpheitsgrad der Krone untersucht. Dazu ist es zweckmäßig, zunächst alle Werte zu logarithmieren. Durch diese Transformation ist es möglich, bis zu einem bestimmten Grad auch nichtlineare Beziehungen mit der einfachen linearen Korrelationsrechnung zu erfassen. Als Beispiel habe ich in Abbildung 1 die Beziehung zwischen dem Durchmesser und dem Zuwachs dargestellt. Auf der Abzisse ist der Logarithmus des Durchmessers, auf der Ordinate der Logarithmus des schirmflächenbezogenen Zuwachses aufgetragen. Die Durchmesser- und Zuwachswerte von 75 Bäumen sind eingezeichnet. Die Streuungsellipse mit ihren Hauptachsen wurde für eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von 5 Prozent berechnet. Das heißt, bei Normalverteilung müßten 5 Prozent der Werte außerhalb der Ellipse liegen. Im doppelt logarithmischen Netz läßt sich der ellipsenförmige Punkteschwarm annähernd durch eine Gerade ausgleichen. Mit Hilfe der Korrelationsrechnung erhalte ich die Gleichung dieser Regressionsgeraden, zugleich bekomme ich die Streuung um diese Gerade und kann auch eine Aussage über die Straffheit des Zusammenhanges zwischen Durchmesser und Zuwachs machen. Maßstab dafür ist das Bestimmtheitsmaß B. B kann alle Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Je schlanker die Streuungsellipse, desto straffer ist der Zusammenhang und um so mehr

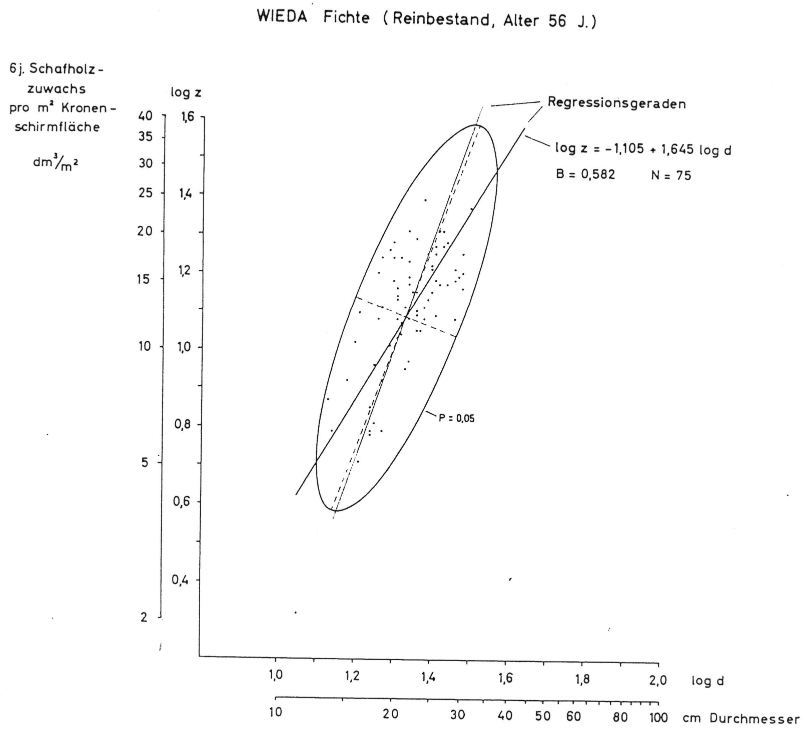


Abb. 1

Abhängigkeit der Schirmflächenleistung vom Durchmesser.
Linearer Ausgleich nach doppelt-logarithmischer Transformation. Die entsprechende Streuungsellipse mit ihren Hauptachsen für eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von P = 0,05 ist eingezeichnet

nähert sich das Bestimmtheitsmaß B dem Wert 1. Bei B = 1 ist der Zusammenhang funktional, das heißt: alle Werte liegen genau auf einer Geraden. Bei B = 0 ist überhaupt kein Zusammenhang vorhanden, die Ellipse wird zu einem richtungslosen Streuungskreis. In unserem Fall ist B = 0,58; das bedeutet, daß 58 Prozent der Veränderungen des Zuwachses durch eine Änderung des Durchmessers erklärbar sind. Der Rest von 42 Prozent der Zuwachsänderungen hängt von anderen Einflüssen ab. Die Korrelation sagt allerdings nichts aus über Ursache und Wirkung, sie stellt nur vorhandene Zusammenhänge fest.

Die logarithmische Transformation hat eine Verschiebung der Gewichte zur Folge, die hohen Werte werden zusammengedrängt und verlieren gegenüber den niederen Werten an Bedeutung. So liegt auch das arithmetische Mittel

der Logarithmen immer tiefer, als das arithmetische Mittel der einfachen Werte, es ist gleichbedeutend mit dem geometrischen Mittel der einfachen numerischen Werte.

Die Abbildung 2 zeigt die Rückübertragung der Regressionslinie ins numerische Netz. Aus der Geraden wird eine leicht gekrümmte Linie, die durch das geometrische Mittel der Verteilung geht. Das arithmetische Mittel liegt etwas höher.

In gleicher Weise lassen sich die Korrelationen für die Variablen Höhe und Kronenschirmfläche berechnen (Abbildung 3). Am engsten ist der Zusammenhang zwischen Höhe und Zuwachs, mit einem Bestimmtheitsmaß von 0,66, dann folgt der Durchmesser mit B = 0,58. Der Einfluß der Kronenschirmfläche (Abbildung 4) ist hier bei der einfachen Korrelation sehr gering, der B-Wert ist mit 0,099 bei einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 1 Prozent gerade noch als von Null unterschieden statistisch gesichert. Diese Abbildung (4) zeigt auch noch einmal die Verschiebung des arithmetischen Mittels nach der logarithmischen Transformation. Die gestrichelte Linie verbindet die arithmetischen, die durchgezogene Linie die geometrischen Gruppenmittel.

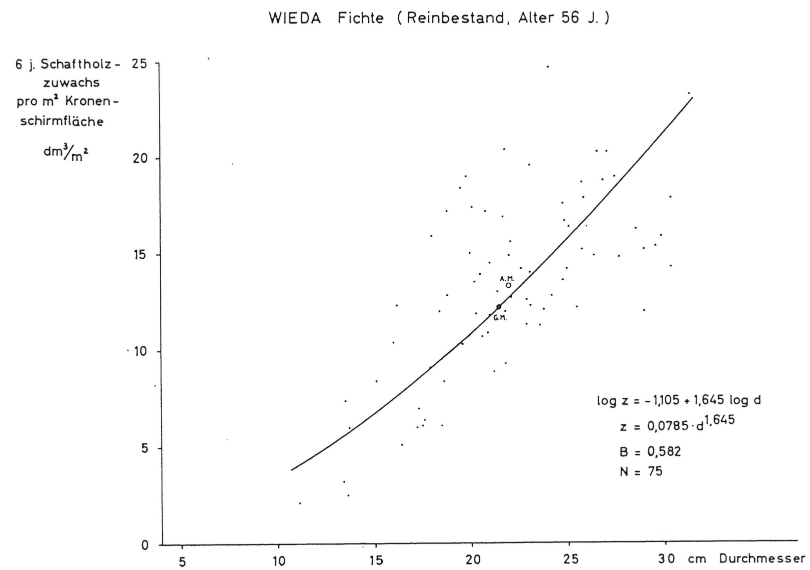


Abb. 2

Abhängigkeit der Schirmflächenleistung vom Durchmesser.
Rückübertragung der Regressionslinie aus dem logarithmischen ins numerische Netz

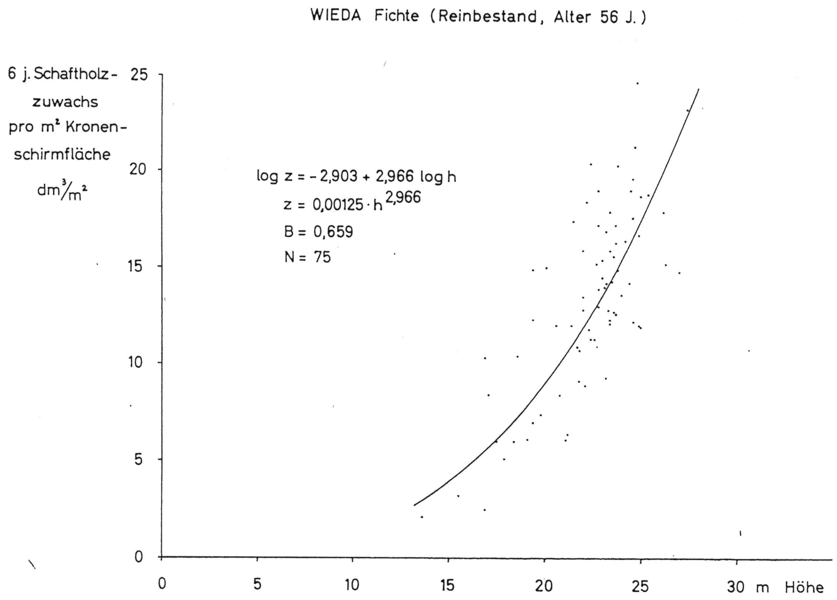


Abb. 3
Abhängigkeit der Schirmflächenleistung von der Höhe

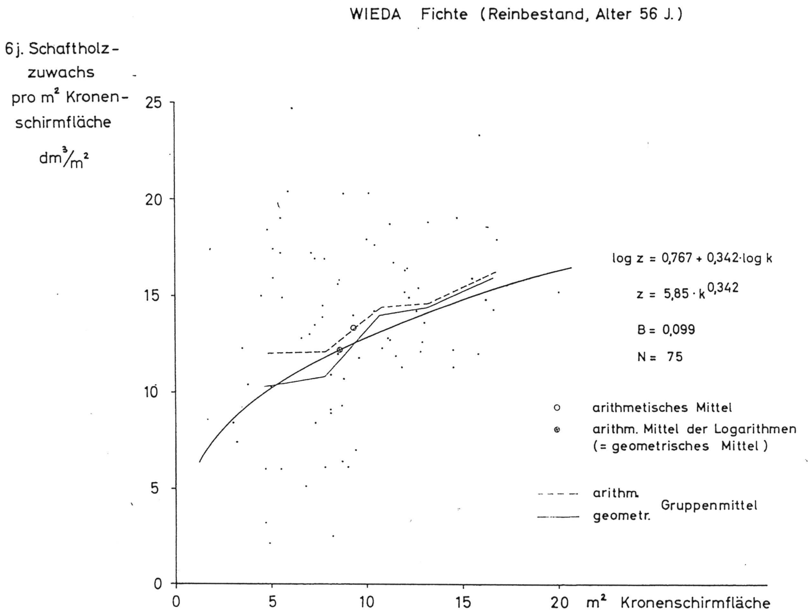
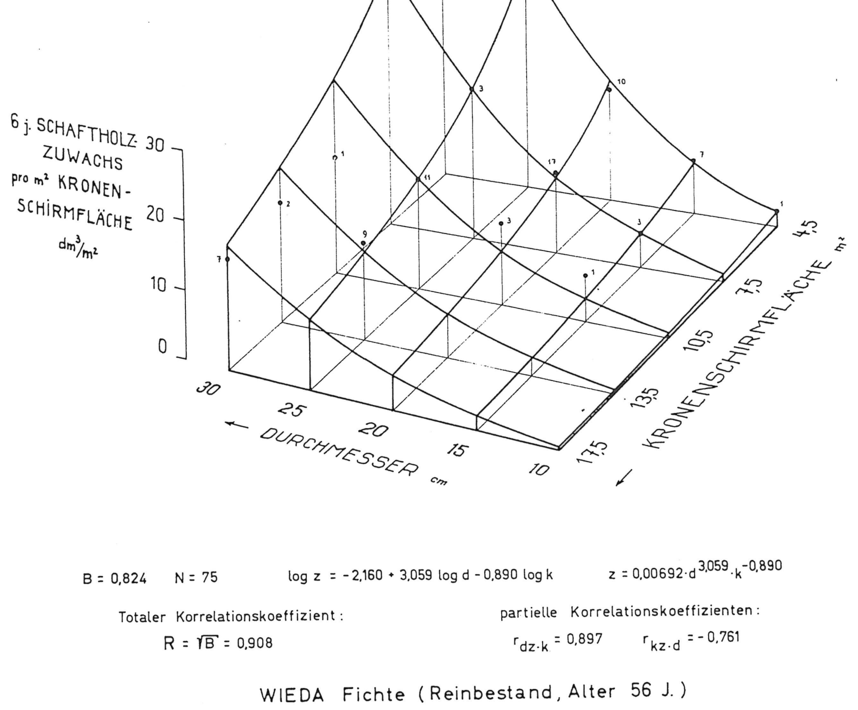


Abb. 4
Abhängigkeit der Schirmflächenleistung von der Kronenschirmfläche

Abb. 5
Abhängigkeit der Schirmflächenleistung von Durchmesser und Kronenschirmfläche



Das sind drei Beispiele für eine einfache Korrelation, einfach deshalb, weil jeweils nur eine unabhängige Variable vorkommt. Sie zeigen, daß durch die logarithmische Transformation zur X-Achse konkave und konvexe Krümmungen erfaßt werden können. In den übrigen Beständen sind die Verhältnisse bei der einfachen Korrelation ähnlich. Auf der anderen Seite leuchtet ein, daß diese einfachen Korrelationen noch nichts über den tatsächlichen Einfluß von Durchmesser, Kronenschirmfläche oder Höhe auf den Zuwachs aussagen, denn es bestehen gleichzeitig auch Querbeziehungen zwischen den Variablen. Größere Durchmesser sind z. B. meist auch mit größeren Höhen und Kronenschirmflächen verbunden. Es liegt nahe, in einer mehrfachen Korrelationsrechnung mehrere Variable gleichzeitig in die Berechnung einzubeziehen. Bei zwei unabhängigen Variablen erhalten wir einen dreidimensionalen Zusammenhang, der am Raummodell noch anschaulich darzustellen ist. Die Abbildung 5 zeigt die Beziehungen zwischen dem schirmflächenbezogenen Zuwachs, dem Durchmesser und der Kronenschirmfläche. Die Punkte sind die beobachteten Werte, die kleinen Ziffern daneben bedeuten die Zahl der Bäume, die zu einem Punkt zusammengefaßt wurden. Die Korrelationsrechnung ergibt hier eine Ausgleichsfläche, von der die tatsächlich beobachteten Werte nach oben oder unten abweichen. Dabei ist diese Fläche so gelegt, daß die Summe der Quadrate der Abweichungen möglichst klein ist. Auch hier läßt sich die Straffheit des Zusammenhanges zwischen Zuwachs, Durchmesser und Kronenschirmfläche messen. Die multiple Bestimmtheit B beträgt 0,82. Der Durchmesser allein hatte einen B-Wert von 0,58. Nimmt man die Kronenschirmfläche hinzu, die in der einfachen Korrelation kaum einen Einfluß auf den Zuwachs zeigte, so steigt der Anteil der erklärbaren Zuwachsänderungen auf 82 Prozent an. Der totale Korrelationskoeffizient R, die Wurzel aus dem Bestimmtheitsmaß B, beträgt 0,91. Neben diesem sogenannten totalen Korrelationskoeffizienten, der den Zusammenhang aller Variablen gleichzeitig beschreibt, lassen sich bei der multiplen oder Mehrfach-Korrelation auch partielle Korrelationskoeffizienten berechnen. Diese partiellen Korrelationskoeffizienten geben den Zusammenhang zwischen dem Zuwachs und einer Variablen wider unter Konstanthaltung und damit Ausschaltung des Einflusses der übrigen Variablen. Z. B. beträgt der partielle Korrelationskoeffizient für den Zusammenhang zwischen Kronenschirmfläche und Zuwachs bei Konstanthaltung des Durchmessers —0,76.

Der einfache Korrelationskoeffizient für den gleichen Zusammenhang war positiv, d. h. eine Zunahme der Kronenschirmfläche bedingte auch eine Zunahme des Zuwachses. Hält man aber den Durchmesser konstant, so kehrt sich das Verhältnis um: mit steigender Kronenschirmfläche fällt der flächenbezogene Zuwachs, der partielle Korrelationskoeffizient wird negativ und bekommt gleichzeitig mit 0,76 ein beträchtliches Gewicht. Offensichtlich hat der Einfluß des Durchmessers bei der einfachen Korrelation den Einfluß der Kronenschirmfläche vollkommen überdeckt.

Analog lassen sich die partiellen Korrelationskoeffizienten mit Konstanthaltung mehrerer Variabler berechnen. Vier Fichtenbestände habe ich mit vier unabhängigen Variablen, zwei mit fünf Variablen durchgerechnet. Jede zusätzliche Variable erhöht den Rechenaufwand beträchtlich. Für fünf unabhängige Variable sind bei 100 Bäumen allein schon etwa 2500 Multiplikationen vierstelliger Zahlen nötig*) Das Ergebnis zeigt die Tabelle 1.

Am engsten ist die Beziehung zwischen der Kronenschirmfläche und dem Zuwachs. Der partielle Korrelationskoeffizient beträgt im Mittel — 0,780. Dann folgt der Einfluß des Durchmessers und der Höhe mit 0,677 und 0,558. Verhältnismäßig schwach ist der Einfluß der sozialen Stellung mit 0,133. Auch der Plumpheitsgrad der Krone, das Verhältnis der Kronenbreite zur Kronenlänge, ist ohne große Wirkung auf den flächenbezogenen Zuwachs, wenn man Durchmesser, Kronenschirmfläche, Höhe und soziale Stellung konstant hält.

*) Diese Berechnungen wurden noch von Hand gemacht. In der Zwischenzeit wurden jedoch alle weiteren Mehrfachkorrelationen und zusätzliche Berechnungen für fünf Variable mit der elektronischen Rechenanlage IBM 1620 bzw. 7090 durchgeführt.

Tabelle 1

Partielle Korrelationskoeffizienten

Holzart	Forstamt	Stammzahl	Partieller Korrelationskoeffizient				
			$r_{dz.khs}$	$r_{kz.dhs}$	$r_{hz.dks}$	$r_{sz.dks}$	$r_{pz.dkhs}$
Fichte	Denklingen	135	0,698	– 0,819	0,431	0,174	–
(Reinbestand)	Wieda	75	0,825	– 0,886	0,625	0,028	– 0,140
	Zwiesel	120	0,692	– 0,634	0,704	–0,264	–
Fichte	Denklingen	107	0,804	– 0,841	0,472	0,223	–
(Fi-Bu-Mischb.)	Wieda	56	0,518	– 0,765	0,509	0,336	0,084
	Zwiesel	49	0,526	– 0,735	0,610	0,302	–
		542	0,677	– 0,780	0,558	0,133	–

$r_{dz.khs}$ = partieller Korrelationskoeffizient für die Beziehung zwischen dem Durchmesser d und dem Zuwachs pro m² Kronenschirmfläche z unter Konstanthaltung der Kronenschirmfläche k, der Höhe h und der sozialen Stellung s.

d = Logarithmus des Durchmessers in 1,3 Meter Höhe.

k = Logarithmus der Kronenschirmfläche

h = Logarithmus der Höhe

s = Logarithmus der Kennziffer für die soziale Stellung

p = Logarithmus des Plumpheitsgrades (Kronenbreite : Kronenlänge)

z = Logarithmus des Schaftholzzuwachses pro m² Kronenschirmfläche der letzten 6 bis 10 Jahre

Setzt man in die Regressionsgleichung für die konstant zu haltenden Variablen die arithmetischen Mittelwerte ein, so lassen sich diese Beziehungen anschaulich darstellen (Abbildung 6). Mit steigender Höhe nimmt der Zuwachs stark zu, ebenso verhält es sich auch beim Durchmesser. Die soziale Stellung ist von geringerem positiven Einfluß. Dagegen fällt der Zuwachs rasch mit zunehmender Kronenschirmfläche ab. Diese Beobachtung stimmt mit den Ergebnissen von Badoux (1945/46) für die Kiefer und von Rudolf Mayer (1958) für die Eiche überein. Mayer stellte z. B. innerhalb der sozialen Baumklassen einen starken Abfall der Schirmflächenleistungen von den kleinkronigen zu den großkronigen Eichen fest. Assmann (1961) führt diesen Abfall der Schirmflächenleistung auf das ungünstigere Verhältnis von Kroneninhalt zu Kronenmantelfläche zurück. Großkronige Bäume besitzen mehr unproduktives Astwerk, das durch Atmung den Respirationsverlust erhöht, ohne daß durch entsprechende Vergrößerung der dem Licht ausgesetzten Kronenmantelfläche die Assimilationsleistung im gleichen Maße zunimmt.

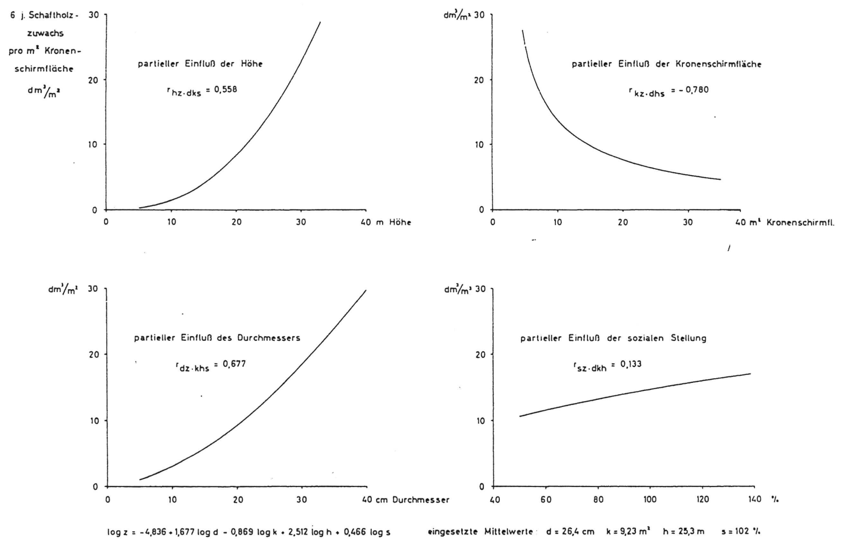


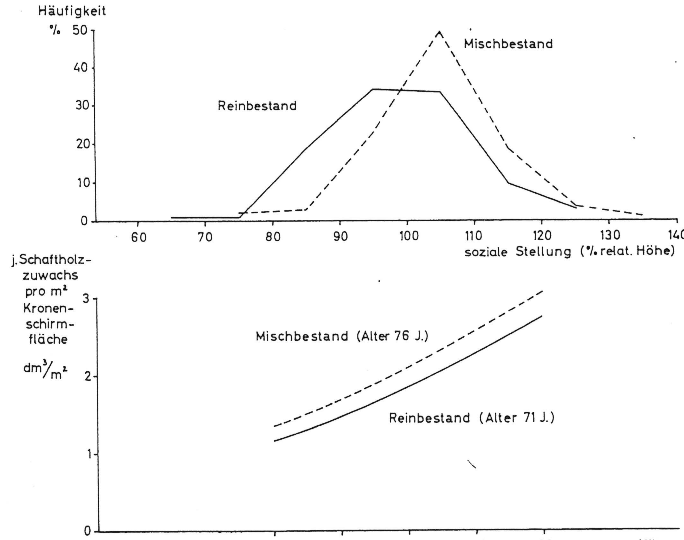
Abb. 6

Der Einfluß verschiedener Baumdimensionen auf die Schirmflächenleistung unter Konstanthaltung der übrigen Einflußgrößen. Berechnet anhand von 542 Fichten im Alter von 56 bis 76 Jahren aus sechs Rein- und Mischbeständen der Forstämter Denklingen, Wieda und Zwiesel

Der erfaßte Durchmesserbereich ist dem Alter der Bestände entsprechend nicht sehr groß. Aus diesem Grund sind bei den verschiedenen Beziehungen keine Optima erfaßt worden. Zur Darstellung von Optimumkurven müßten noch quadratische Glieder als Variable in die Berechnung der Mehrfachkorrelation einbezogen werden.

Die letzte Abbildung 7 zeigt den Vergleich von Fichten aus einem Reinbestand und einem Fichten-Buchen-Mischbestand auf gleichem Standort. Oben ist die Häufigkeitsverteilung der sozialen Schichten aufgetragen. Im Mischbestand überwiegen bei den Fichten die vorherrschenden Bäume, da die Fichten den Buchen im Höhenwuchs überlegen sind.

Die Schirmflächenleistung der Fichten im Mischbestand war in den letzten zehn Jahren um 14 Prozent größer als im Reinbestand. Die Frage, ob diese Überlegenheit lediglich auf die günstigere soziale Stellung der Fichten im Mischbestand zurückzuführen ist, läßt sich mit Hilfe der beiden Regressionsgleichungen für den Rein- und den Mischbestand klären. Setzt man in beide Gleichungen die gleichen Werte für die fünf Variablen, so erhält man Zuwachswerte, die unter gleichen äußeren Bedingungen entstanden sind. Die untere Darstellung zeigt das Ergebnis. Die in die Regressionsgleichungen für den Rein- und den Mischbestand eingesetzten Werte sind angegeben. Die Überlegenheit der Fichte im Mischbestand bleibt in diesem Falle auch unter



soziale Stellung:	80	90	100	110	120	% relat. Höhe
Durchmesser:	18,2	22,2	26,5	31,0	35,9	cm
Höhe:	22,3	24,3	26,4	28,3	30,2	m
Kronenschirmfläche:	3,2	4,9	7,1	9,9	13,4	m²
Plumpheitsgrad:	0,42	0,40	0,39	0,37	0,36	

Abb. 7

Vergleich der Schirmflächenleistung von Fichten aus einem Reinbestand und aus einem Fichten-Buchen-Mischbestand unter gleichen äußeren Bedingungen

gleichen äußeren Bedingungen, wie sie im Reinbestand gegeben sind, erhalten. Die Zuwachsdifferenz beträgt im erfaßten Bereich etwa 13 Prozent.

Diese Beispiele haben uns gezeigt, wie es mit Hilfe der Mehrfach-Korrelationsrechnung möglich ist, ein scheinbar wirres Netz von komplexen Wechselbeziehungen zu ordnen und in eine klare mathematische Form zu bringen. Nur auf diese Weise wird es gelingen, komplexe Fragen wie die nach der Leistung von Mischbeständen allgemeingültig zu lösen.

Literaturhinweise

Assmann, E.: Waldertragskunde, S. 119, 1961

Badoux, E.: Mitteilungen der Schweizerischen Anstalt für das Forstliche Versuchswesen, 24. Jahrgang, S. 405, 1945/46

Linder, A.: Statistische Methoden, 3. Aufl., S. 196, 1960

Mayer, R.: Allgemeine Forst- und Jagdzeitung, 129. Jahrgang, S. 160, 1958

Forstwissenschaftliche Hochschultagung in München 1962

Veranstaltet von der Staatswirtschaftlichen Fakultät
der Universität München
und der Forstlichen Forschungsanstalt München

34. Heft
der Mitteilungen aus der Staatsforstverwaltung Bayerns

München 1964

Druck: J. Gotteswinter GmbH, Alleinges. Morgenroth, München 2

Inhaltsverzeichnis

Vorträge der Forstwissenschaftlichen Hochschultagung in München vom 24. bis 27. Oktober 1962

*) Der Vortrag wurde in der Zeitschrift »Holz als Roh- und Werkstoff« Band 20, 1962, Seite 333 bis 338 (Springer Verlag, Frankfurt) veröffentlicht: Kollmann F. und Schmidt E.: Gefügezerrüttung und Festigkeitseinbuße von dauerbeanspruchtem Nadelholz.