

Modellierung der Biomasseverteilung auf waldwachstumskundlichen Versuchsflächen

Christoph Hendrich

Lehrstuhl für Waldwachstumskunde, Ludwig-Maximilians-Universität München
Am Hochanger 13
85354 Freising
Tel. 08161/71-4720 Fax. 08161/71-4720
Email: hendrich@forst.uni-muenchen.de

Zusammenfassung:

In meinem Ansatz wird die Verteilung der Biomasse in Zusammenhang mit dem Lichtfeld des Bestandes gesehen und somit konsequenterweise ein Licht- und ein Bestandesmodell zu einer Einheit verschmolzen. Dazu wird eine auf waldwachstumskundlichen Messungen beruhende Bestandeshülle erzeugt, gerastert und über ein einfaches Lichtmodell mit Biomasse angefüllt. Das Licht soll insbesondere die Blattverteilung und -ausrichtung, die Holzverteilung und Licht-Schatten-Modifikationen der Blätter steuern.

Neben einer stark abstrahierten Rechnung zur relativen Verteilung der Biomasse als Rahmenmodell wird hier die Ermittlung der fraktalen Dimensionen einiger zweidimensionaler Blattverteilungen an Schattenästen behandelt. Die fraktale Dimension, die hier zwischen 1.31 und 1.64 variierte, könnte, in einem größeren Modellzusammenhang eingebettet, als Validierungsgröße dienen.

Unter den vielfältigen Anwendungen eines derartigen Generators einer Biomasseverteilung seien hier nur einige genannt: Für die hochaufgelöste Nachbildung des Strahlungshaushaltes in Waldbeständen ist unabdingbare Voraussetzung die Verteilung der Biomasse möglichst exakt zu kennen. In ähnlicher Weise braucht man solche Angaben bei der Berechnung der Produktion von Waldbeständen.

1 Einleitung

2 Modellrahmen

- 2.1 Modell der Bodenoberfläche**
- 2.2 Modell der Kronenperipherie**
- 2.3 Einstrahlungsmodell**
- 2.4 Lichtmodell**
- 2.5 Biomasse-Licht-Zusammenhang**
- 2.6 Gesamtmodell**
- 2.7 Ergebnisse**
- 2.8 Numerische Aspekte**
- 2.9 Ausblick**

3 Fraktale Dimension von Schattenzweigen

- 3.1 Definition**
- 3.2 Astmaterial**
- 3.3 Rechenverfahren**
- 3.4 Ergebnisse**

4 Literatur

1 Einleitung

Auf waldwachstumskundlichen Versuchsflächen werden seit langer Zeit relativ leicht zugängliche Baumgrößen (Höhe, Kronenansatz, Kronenradius, Durchmesser) in großer Zahl erhoben (PRETZSCH 1992). Die laufende Verfeinerung des Skalenniveaus in der Modellierung und Vermessung von Wäldern führt zwangsläufig zu dem Problem, welches Thema dieses Artikels ist: Der große Aufwand von Biomasseuntersuchungen läßt nur Stichproben zu. Daher müssen derartige Stichproben in geeigneter Weise auf einen ganzen Waldbestand übertragen werden, um Grundlage von Modellen werden zu können (KURTH 1998, KRANIGK 1995).

Neben der Vermessung treten auch bei der Modellierung des Wachstums von Waldbeständen Schwierigkeiten auf: Hohe Genauigkeitsanforderungen kollidieren zwangsläufig bei der Vertiefung eines erklärenden Ansatzes mit der Machbarkeit bei heutigen Rechnerkapazitäten. Besonders die Implementierung eines „schnellen“ und genauen Lichtmodells ist hier bedeutungsvoll, da der Konkurrenz um Strahlung eine zentrale Rolle in der Steuerung des Wachstums zukommt.

Ziel muß also sein, mit vertretbarem Einsatz an Rechnerkapazität eine Versuchsfläche detailliert nachzubilden und als Grundlage der Berechnung ihres Wachstums ein Strahlungsmodell zu kreieren. Besondere Vorzüge sollte es haben, beide Anforderungen miteinander zu verbinden.

2 Modellrahmen

In einer stark abstrahierten Form soll hier ein Modellkonzept vorgestellt werden, welches in seinen Teilmodellen sicher noch der Verfeinerung bedarf, aber einen Rahmen absteckt und erste numerische Ergebnisse liefert. Als Mindestvoraussetzung zur Anwendbarkeit dieses statischen Modells muß angenommen werden, daß der Bestand sich im Gleichgewicht befindet, daß also z.B. schon längere Zeit keine Durchforstungseingriffe mehr stattfanden.

2.1 Modell der Bodenoberfläche

Aus den dreidimensionalen Stammfußkoordinaten wird ein Netz für die Bodenoberfläche trianguliert, das gerastert werden kann und somit eine Bodenmatrix erzeugt. Eine Ausgleichsebene durch alle Baumfußpunkte setzt die Bodenoberfläche über die Versuchsflächengrenzen fort. Der Boden ist optisch schwarz.

2.2 Modell der Kronenperipherie

Aus den waldwachstumskundlichen Messungen (Höhe, Kronenradien, Kronenansatz, Baumfußpunkt) konstruiere ich zuerst noch „leere“ Kronenformmodelle für jeden Baum. Die Kronenradien werden mittels kubischer Splines zu einem Kronengrundriß ausgeglichen. Dieser Spline wird senkrecht in die Höhe gezogen und bildet die seitlichen Kronengrenzen. Die Kronenuntergrenze kann durch einen waagrechten Schnitt mit einer Ebene durch den Kronenansatz festgelegt werden. Die Obergrenze des Baumes wird bestimmt, indem man das „Splinerohr“ mit einem rotationssymmetrischen Modell der oberen Kronenbegrenzung nach PRETZSCH 1992 schneidet. Die genaue Form der Bäume ist hier aber nicht so entscheidend, da dem Raum später eine Dichte zugeordnet wird. Insbesondere sollte die Gestalt der unteren Kronenbereiche an Bedeutung verlieren, weil dort die Dichte entsprechend niedrig sein wird.

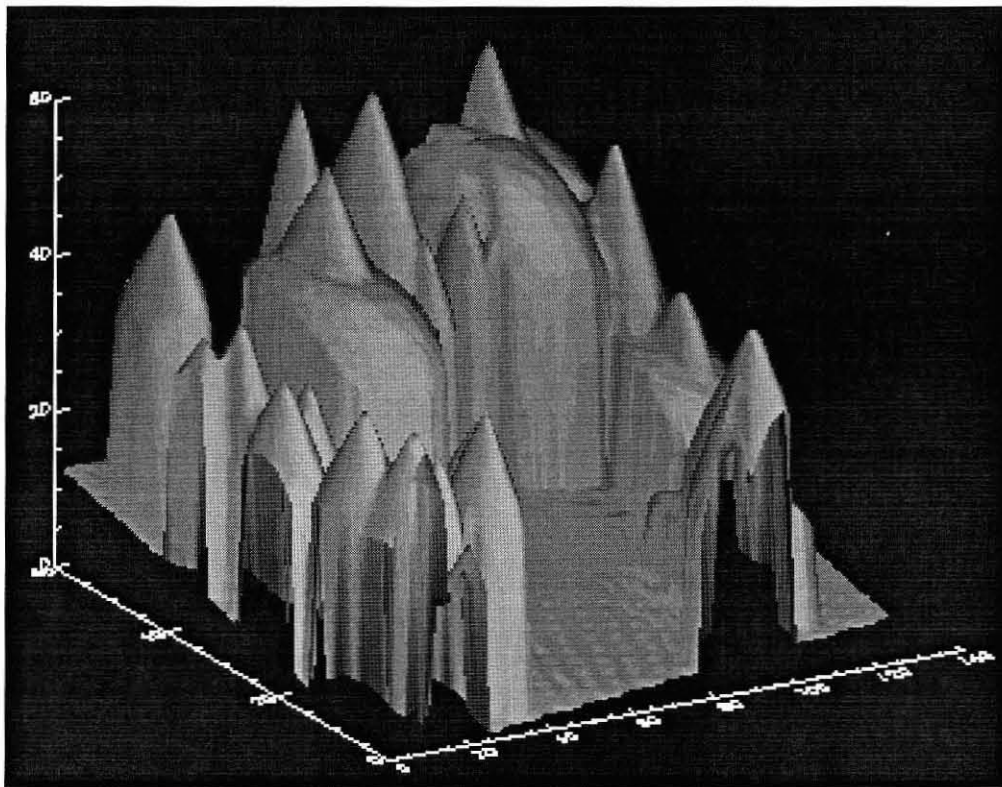


Abbildung 1: Simulierte Kronenperipherie eines realen Fichten-Buchen-Mischwaldes. An den Rändern der Versuchsfläche werden die Kronen „angeschnitten“.

Die Abbildung 1 zeigt das Bild der Kronenkörper einer Bergmischwaldversuchsfläche (Kreuth 121). Schön zeigt sich dabei, daß die Kronen der Buchen sich zu einer Gesamtkrone zusammenballen, was z.B. auch in Wirklichkeit die Trennbarkeit der Bäume in Luftbildern erschwert. Der Bestand wird über die Versuchsflächengrenzen durch bodenparallele Schichten in Rasterweitenabstand fortgesetzt.

2.3 Einstrahlungsmodell

Es handelt sich um ein Modell der eingestrahnten Lichtintensität in Abhängigkeit von der Richtung im Mittel über die gesamte Vegetationszeit. In seiner diskretisierten Form ordnet dieses Modell einem bestimmten Raumwinkelbereich eine Lichtintensität im Photosynthetic Active Radiation Bereich zu. Dazu muß über eine Vegetationsperiode gewichtet gemittelt werden, weil natürlich die Lichtintensität im Lauf des Jahres variiert, aber auch weil die Blätter nicht zu jeder Jahreszeit in gleicher Weise leistungsfähig sind. Diese zeitliche Mittelung auf der Ebene des Lichtmodells ist eine aus Rechenzeitgründen durchgeführte Näherung, welche die Nichtlinearität der Photosyntheseantwortkurve unberücksichtigt läßt.

2.4 Lichtmodell

Bisher ist lediglich bekannt, wieviel Licht von oben eingestrahlt wird. Nun ist noch zu klären, wieviel Licht in den einzelnen Rasterwürfeln des Bestandes ankommt. Um die Lichtintensität im Zentrum eines Würfels i zu berechnen, muß über alle Strahlen j summiert werden. Dabei durchläuft jeder einzelne Strahl mit Biomasse gefüllte Würfel bevor er im Probewürfel ankommt und wird dabei entsprechend geschwächt, d.h. die Teilextinktionen sind zu addieren.

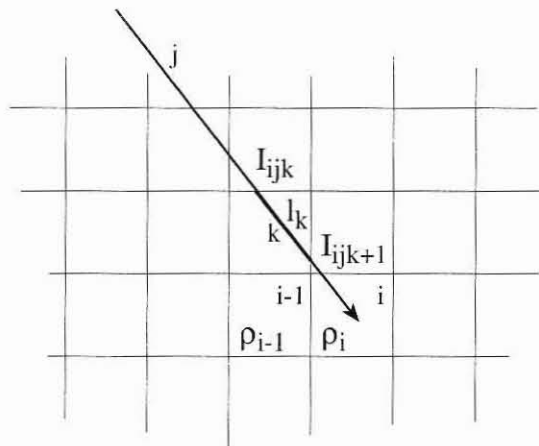


Abbildung 2: Berechnung der Schwächung für einen Probestrahl eines Probewürfels beim Durchgang durch einen Würfel (homogener Dichte) im Strahlengang für den zweidimensionalen Fall.

Für den Intensitätsbeitrag des j -ten Probestrahls am i -ten Würfel gilt beispielsweise nach Lambert und Beer:

$$I_{ij} = I_j \prod_k e^{-const \cdot \rho_k \cdot l_k}$$

dabei bedeutet, wie auch Abbildung 2 verdeutlicht:

I_{ij} : Intensitätsbeitrag des j -ten Probestrahls im i -ten Würfel

I_j : Intensität des j -ten Probestrahls außerhalb des Bestandes

$const.$: geeignete Absorptionskonstante

ρ_{i_k} : Biomassendichte des durchquerten Würfels i_k

l_k : Länge des Strahlweges durch den k -ten Würfel auf dem Strahlweg (= Würfel i_k)

Anschaulich könnte man sagen: Man setzt jedem Rasterwürfel seinen Igel aus Probestrahlen auf. Der Begriff Biomassendichte wird hier genauso wie Lichtintensität intuitiv gebraucht. Auf die genau Definition kommt es hier nicht an, man könnte aber unter Biomassendichte die Blattflächendichte oder Blatttrockenmassendichte verstehen. Unter Lichtintensität könnte man sich die Zahl der photosynthetisch aktiven Photonen vorstellen, die bei einem Würfel ankommen.

2.5 Biomasse-Licht-Zusammenhang

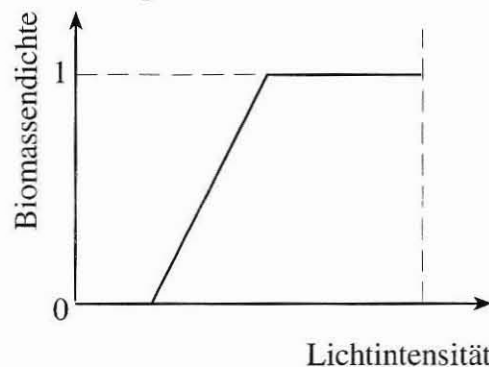


Abbildung 3: Hypothetische Biomassendichte als Funktion der Lichtintensität

Als erste stark vereinfachende Hypothese wird für nachfolgende Berechnungen angenommen, daß die Biomassendichte ab einem bestimmten Schwellenwert der Strahlung linear wächst, um dann in

eine Sättigung überzugehen (*Abbildung 3*). Bei hohen Lichtintensitäten könnte man ebensogut einen Abfall der Biomassendichte verlangen, weil die entsprechenden Raumbereiche der Baum erst durch Zweige erobert. Daneben werden „endogene“ Einbuchtungen vernachlässigt. Diese Strukturen treten selbst bei optimalem Lichtangebot auf und beruhen auf inneren Regeln zur Raumerfüllung.

2.6 Gesamtmodell

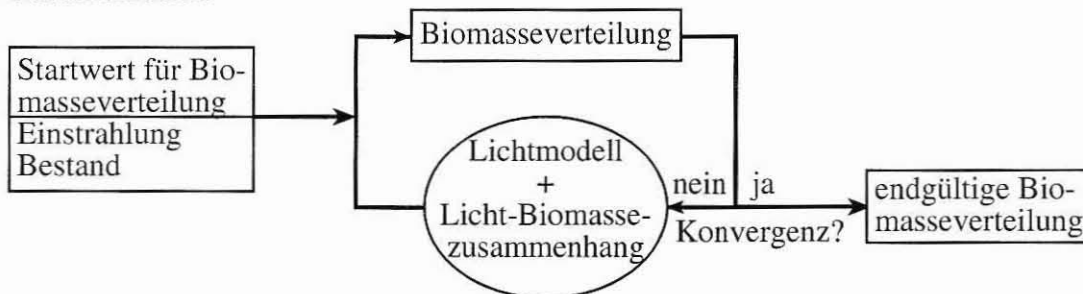
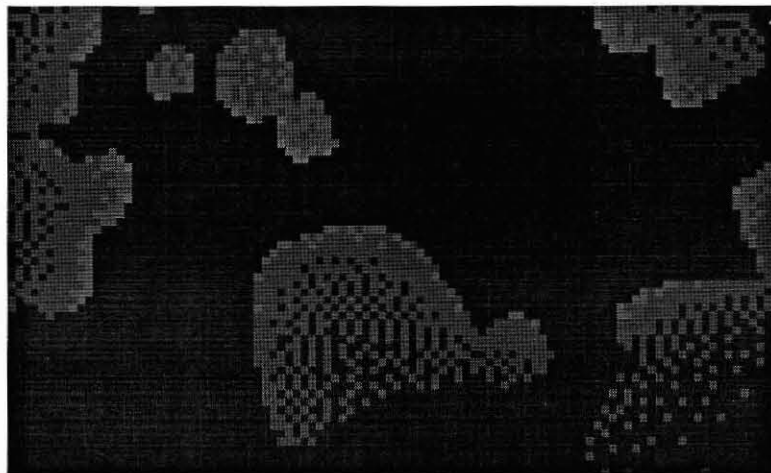


Abbildung 4: Vereinfachtes Flußdiagramm

Aus den oben angeführten Teilmodellen läßt sich ein iteratives Gesamtmodell zusammensetzen, wenn man gemäß den geometrischen Rahmenbedingungen für Bestand und Bodenoberfläche in den Kronen Biomasse zuerst homogen verteilt. Aus diesen Startwerten läßt sich sodann mit dem Lichtmodell die Strahlungsverteilung im Bestand abschätzen, was dann über das Licht-Biomasse-Modell zu einer verbesserten Näherung der Biomasseverteilung führt. Verwendet man diese Verteilung nun wieder als Startwert, ergibt sich ein iterativer Algorithmus, an dessen Ende sich, so er denn konvergiert (s.u.), eine endgültige Biomasseverteilung ergibt. Das Flußdiagramm (*Abbildung 4*) veranschaulicht dies graphisch.

Die Modellphilosophie besteht also darin, die Blätter selbstverträglich und monokausal entsprechend den Lichtverhältnissen zu verteilen. Die Bedeutung der grünen Blätter wird dabei einseitig betont, die holzigen Teile spielen nur eine Nebenrolle. Diese Annahmen sollten für plastische Baumarten in ungestörter nachbarschaftlicher Entwicklung am besten erfüllt sein.

2.7 Ergebnisse



*Abbildung 5: Horizontaler Schnitt durch die simulierte Biomasseverteilung für einen Ausschnitt der in *Abbildung 1* dargestellten Versuchsfläche. Weiß: Maximal mögliche Dichte, Schwarz: keine Biomasse*

Als Rechenbeispiel wurde wieder die obige Bergmischwaldversuchsfläche verwendet (Teilfläche von Kreuth 121). *Abbildung 5* zeigt einen Schnitt durch einen Ausschnitt der Gesamtfläche. Die Rasterweite betrug in diesem Fall 0.5 m. Deutlich zu sehen ist der vereinheitlichende Einfluß der Bestandesfortsetzung an den Rändern.

2.8 Numerische Aspekte

Das Konvergenzverhalten scheint, den Testrechnungen entsprechend, in allen Fällen sehr befriedigend zu sein. Insbesondere zeigte sich keine Abhängigkeit der Resultate von den Startwerten.

Empirische Untersuchungen ergaben, daß der Rechenzeitaufwand im untersuchten Bereich mit der Seitenlänge der Rasterwürfe hoch ~ 3.25 anwächst. Die Anzahl der Probestrahlen geht linear in die Berechnung des Zeitaufwandes ein. Vorsicht bei der Übertragung dieser Ergebnisse auf andere Rechner oder auch andere Rechereinstellungen ist sicher angebracht. Die Simulationen stoßen selbst mit diesem einfachen Modell an die Grenzen des Machbaren von „Kleinrechnern“. Die Programmperformance ließe sich z.B. steigern, indem man auf eine iterative Berechnung völlig verzichtet und dafür sicherstellt, daß die Biomassendichte der höher liegenden Würfel nicht von der tiefer liegender Würfel beeinflusst wird.

2.9 Ausblick

Um realitätsnahe Ergebnisse zu erhalten, ist eine Verbesserung der Teilmodelle unumgänglich: Zum Beispiel wäre ein baumartenspezifischer Biomasse-Licht-Zusammenhang zu berücksichtigen. Auch die Überschneidung zweier eventuell artfremder Kronen müßte Berücksichtigung finden. Ferner modifiziert der Holzanteil den Lichthaushalt. Die Blattbeschreibung sollte Blattwinkel ebenso beinhalten wie Licht-Schattenmodifikationen. Die Verteilung der Biomasse allein nach den Lichtverhältnissen vorzunehmen, vernachlässigt den bauminternen Einfluß bei der Raumbesetzung, wie er bei den Einbuchtungen in Fichtenkronen offensichtlich ist. Gerade die hohe Plastizität des Wurzelwerkes prädestiniert die hier vorgestellte ressourcengesteuerte Modellierung für die Anwendung auf die unterirdischen Baumteile. Die Statik des Modells schränkt die Anwendbarkeit auf Bestände im Gleichgewicht ein, was die Einführung einer zeitlichen Dynamik wünschenswert erscheinen läßt. Insbesondere wäre dies bei einer Implementierung in ein Wachstumsmodell nötig. Zur Parametrisierung meines Modells müssen plausible Annahmen und Messungen von Licht und Biomasse verwendet werden. Viele Freiheitsgrade erschweren dies ungemein. Neben der direkten Messung der Biomasseverteilung könnten weitere Messungen zu einer Validierung meines Modells genutzt werden: Von den waldwachstumskundlichen Erhebungen wäre die Kronenansatzhöhe mit der simulierten Kronenuntergrenze vergleichbar. Eine indirekte Prüfung ist über die Validierung eines Lichtmodells oder eines Wachstumsmodells denkbar.

In fast allen Bereichen der Forstwissenschaften ist die oberirdische Verteilung der Biomasse von Interesse und somit sind viele Anwendungen denkbar, von denen hier einige genannt werden sollen. Für die genaue Nachbildung des Strahlungshaushaltes in Mischbeständen, z.B. mit einem Transportmodell, ist die genaue Beschreibung des Waldes unabdingbare Voraussetzung (MYNENI 1991, KRANIGK 1996). Der Übergang der Bestandesbeschreibung von der klassischen waldwachstumskundliche Art auf kontinuierliche Verteilungen erschließt einen Weg neuartige Strukturindizes einzuführen. Und zu guter letzt beinhaltet das dargestellte Modell zwei zentrale Faktoren im Wachstum der Pflanzen: Das Strahlungsangebot und die Verteilung der Biomasse. Die Voraussetzung zur einer Implementierung in ein Wachstumsmodell wären also gegeben.

Schon der Umfang dieses Ausblickes zeigt den bisher konzeptionellen Charakter dieser Modellstudie. Insbesondere ist ein Algorithmus zu konstruieren, der die Verteilung der Blätter im Raum modelliert. Diese erzeugte Verteilung sollte mit der realen in ihren Eigenschaften möglichst weitgehend übereinstimmen. Insbesondere wäre zu fordern, daß zumindest die fraktalen Eigenschaften reproduziert werden, wenn derartige Konzepte nicht gar zur Modellierung herangezogen werden können. Erste Ergebnisse hierzu sollen nun vorgestellt werden.

3 Fraktale Dimension von Schattenzweigen

3.1 Definition

Die fraktale Dimension (genauer die α -dimensionale (sphärische) Hausdorff-Besicovich-Dimension) ist vereinfacht wie folgt definiert: Man wählt eine Überdeckung der zu untersuchenden Menge mit sehr kleinen Kreisen mit Radius r_i (hier in der Ebene), so daß die Summe

$$f(\alpha) = \omega_\alpha \sum_i r_i^\alpha$$

minimal wird. ω_α steht dabei für das Volumen der α -dimensionalen Einheitskugel. Die fraktale Dimension ist dann derjenige Wert von α , bei dem die Funktion $f(\alpha)$ von 0 nach unendlich springt. Der Wert an der Stelle α entspricht im wesentlichen dem α -dimensionalen (sphärische) Hausdorff-Maß. Man kann zeigen, daß sich $f(\alpha)$ immer so verhält (siehe auch STOYAN 1992 und FALCONER 1993). Für eine Gerade z.B. ist klar, daß diese Summe für $\alpha=1$ der Länge entspricht, also endlich ist, also liegt auch dort die Sprungstelle von $f(\alpha)$. Die Dimension der Strecke ist damit 1. Ein berühmtes Beispiel für ein Frakal entsteht, wenn man aus einer Strecke das mittlere Drittel ausschneidet. Sodann fast man die Teilstrecken wieder als „ganze“ Strecken auf, läßt je das mittlere Drittel weg und führt dieses Verfahren ad infinitum fort. Dieser sogenannte Cantor-Staub hat die Dimension: $\log 2 / \log 3 = 0.6309$.

3.2 Astmaterial

Die wenig belichteten Zweige vieler Baumarten bilden ihre Assimilationsorgane in einer in guter Näherung ebenen Schicht. Dies erlaubt Äste zu kopieren und die Schwerpunkte der Blätter bzw. die Verzweigungspunkte am Digitalisiertablett zu ermitteln. Bei den Fichtenästen ist die zweidimensionale Näherung am schlechtesten erfüllt, die anderen Äste sind, um es plastisch zu sagen, platt wie Pfannkuchen. Zur Wahl des untersuchten Ausschnittes wurde nicht die Zweigstruktur, sondern die Blattanordnung herangezogen und damit die Umweltbedingungen vor internen Baukonzepten berücksichtigt: Damit wird es also durchaus vorkommen, daß Äste nicht vollständig auf den Fotokopien abgebildet sind. Die Probeäste entstammen jungen Individuen aus der direkten Umgebung von Freising und wurden so gewählt, daß über den gesamten Zweigbereich möglichst konstante Lichtverhältnisse, bzw. hier vielleicht besser Schattenverhältnisse, herrschten. Eine Differenzierung nach Mikroklima (Licht, ...), Genetik, Standortverhältnissen etc. soll hier nicht vorgenommen werden. Eine Beschränkung dieser Variablen auf einen schmalen Bereich wurde aber folgendermaßen versucht: Die Zweige jeder Baumart sind von benachbarten Pflanzen entnommen. Innerhalb der Pflanze wurden Astteile von Seitenzweigen entnommen, die man wohl eher der Kronenperipherie zuordnen kann. Daneben nutze ich die Planarität der Äste quasi als Lichtmesser. Dabei muß man sich aber bewußt machen, daß es innerhalb der Menge der flachen Äste, unterschiedlich belichtete Äste geben wird, die vielleicht dann auch eine andere Dimension haben mögen. Insgesamt wurden knapp 30000 Blätter von *Fagus sylvatica*, *Picea abies*, *Abies*

alba, Abies grandis, Pseudotsuga menziesii und Tsuga heterophylla (vgl. *Abbildung 9*) vermessen. Die Anzahl der vermessenen Blätter je Ast kann *Abbildung 8* entnommen werden. Einige weitere Angaben zum Astmaterial sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Baumart	Zahl der Äste	Ausschnittsgröße	Astalter
Fagus sylvatica	4	je 60 cm X 43 cm	3-4
Picea abies	6	je 30 cm X 42 cm	4-5
Abies alba	3	je 30 cm X 42 cm	3-4
Abies grandis	4	je 30 cm X 42 cm	2
Pseudotsuga menziesii	1	je 30 cm X 42 cm	3
Tsuga heterophylla	3	je 30 cm X 42 cm	3-4

Tabelle 1: Eigenschaften des untersuchten Astmaterials

3.3 Rechenverfahren

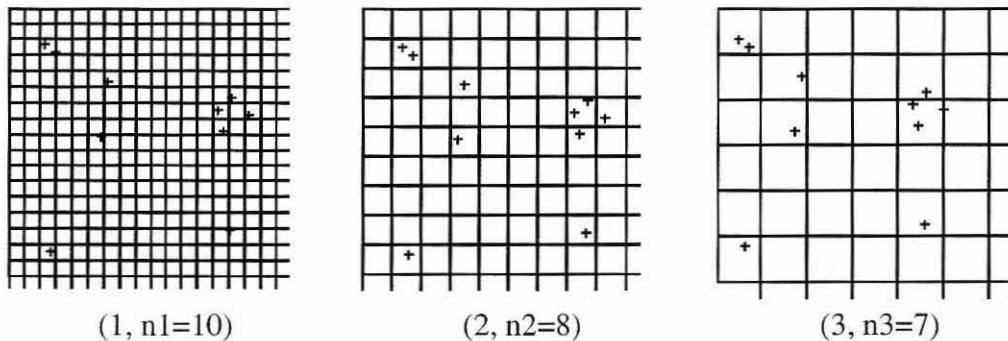


Abbildung 6: Schema zum Boxcountingverfahren für ein sich vergrößerndes Raster und unveränderte Punktwolke

Gegeben sei eine Menge von Punkten im dreidimensionalen Raum. Diese werden von einem möglichst kleinen Würfel mit achsenparallelen Seiten umschlossen, der nun mit einer bestimmten Anzahl von kleinen Würfeln unterteilt wird. Es wird sodann abgezählt, wieviele der Würfelchen Punkte enthalten und es entsteht so ein Wertepaar $(1, n_1)$, wobei 1 für die feinste Unterteilung und n_1 für die Anzahl der Treffer steht. Bildet man wieder eine Würfelunterteilung mit der doppelten Seitenlänge der ersten Unterteilung, kommt man nach abzählen der nichtleeren Würfel zu einem Paar $(2, n_2)$. Bei dreifacher Kantenlänge ergibt sich: $(3, n_3)$ usw. *Abbildung 6* führt dies vor Augen. In einem doppelt logarithmischen Plot sollte sich für ein Fraktal in gewissen Grenzen eine Gerade ausgleichen lassen, deren negative Steigung der empirischen fraktalen Dimension nach der Kästchenzählmethode (=box counting method) entspricht (siehe *Abbildung 7*). Bei der Implementierung sucht man aus Rechenzeitgründen für jeden Punkt den zugehörigen Würfel und prüft, ob er schon getroffen war.

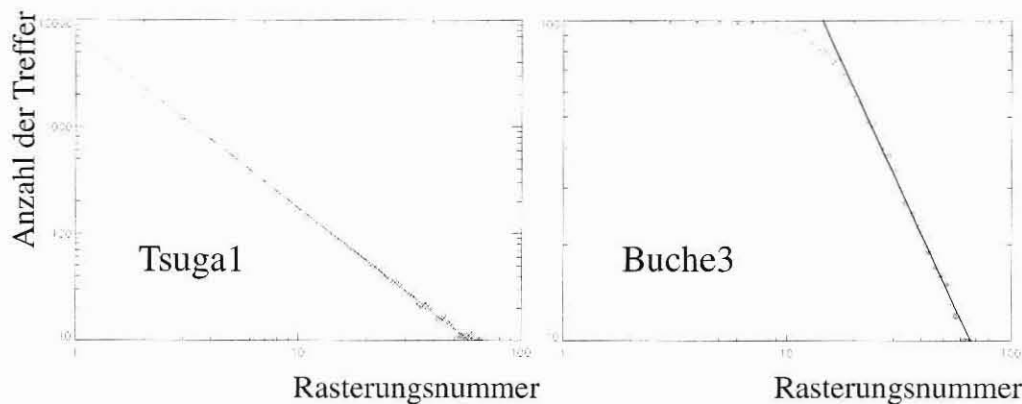


Abbildung 7: Bestimmung der fraktalen Dimension mittels Ausgleichsgeraden im linearen Kurvenbereich; Tsuga1 Dim=1.57 3219 Nadeln; Buche3 Dim=1.51 100 Blätter

Für kleine Würfelseitenlängen knickt die ermittelte Kurve ein und endet links etwa bei der Blattzahl, was anschaulich einfach bedeutet, daß die Würfel so klein sind, daß jedes Blatt einen Würfel für sich allein hat. Eine weitere Reduktion der Seitenlänge kann dann die Anzahl der besetzten Würfel nicht mehr erhöhen. Auch bei sehr großen Kantenlängen kann es je nach Astform zu kleineren Unregelmäßigkeiten kommen. Insgesamt ist also der Skalenbereich, für den die Dimension berechnet werden kann, abhängig vom Blattabstand und der Größe des untersuchten Ausschnittes.

Eine Rotation der ursprünglichen Punktwolke kann das Ergebnis stark modifizieren: Um diesen Sachverhalt genauer zu prüfen, wurde der Zweig Fichte2 (2410 Nadeln, Dimension 1.59) in 1°-Schritten gedreht und die fraktale Dimension berechnet. Hierbei zeigten sich Unterschiede im Dimensionswert von bis zu 0.15. Ferner tritt eine 90°-Periodizität der Kurve auf, welche ihre Maxima dann einnimmt, wenn eine bestimmte Astachse mit den Symmetrieachsen des Gitters übereinstimmt. Nebenminima treten auf, wenn weniger wichtige Astachsen in spezieller Lage zum Gitter zu liegen kommen. Insbesondere wird der Kurvenverlauf also je nach Punktverteilung variieren. Es kann also dazu kommen, daß die Rotations-Dimensions-Kurve fraktale Eigenschaften der Pflanze erbt. Im allgemeinen unmöglich wäre daher für ein infinitesimales Fraktal zu sagen, ob es nicht noch Rotationswerte gibt, die zu wesentlich anderen Dimensionswerten führen würden. Da aber die hier verwendeten Punkte endlichen Abstand haben und es daher auch nur sinnvoll ist eine endliche Würfelseitenlänge zu verwenden, gibt es kleine Rotationen, für welche die empirische Berechnung der Dimension zu keinem wesentlichen Unterschied im Ergebnis führen sollte: Kleine Rotationen bewirken, daß die untersuchten Punkte in den gleichen Würfeln bleiben und damit das Boxcountingverfahren identische Ergebnisse liefert. Auch der empirische Kurvenverlauf stützt diese Überlegung der "konvergenten" Kurvenglätte.

Diese recht großen Abweichungen der Dimensionswerte lassen sich weitgehend eliminieren, indem für verschiedene Rotationswerte die Dimension berechnet und sodann über alle Winkelwerte gemittelt wird. Die Mittel unterscheiden sich für den untersuchten Fichtenast nur noch um höchstens 0.005, wenn man Winkelschrittweiten von 1° bis 45° wählt. In der Anwendung fallen allzu kleine Schrittweiten aus Rechenzeitgründen aus, zu große Winkelabstände könnten aufgrund von Periodizitäten in der Dimensionskurve zu Fehleinschätzungen führen. Insbesondere liegen die Mittel für kleine Winkelschritte wesentlich enger zusammen und beginnen mit zunehmender Schrittweite deutlicher zu streuen. 20°-Schritte seien hier als ein gangbarer Kompromiß gewählt.

Übrigens kann man die theoretisch verlangte Invarianz der Dimension unter Rotation je besser beobachten, desto mehr Punkte verwendet werden. Wie zu erwarten war, ist die Güte der Dimensionsberechnung, also die Länge des linearen Bereichs, mit der Anzahl der Punkte korreliert. Um den hier verwendeten Algorithmus vernünftig anwenden zu können, sollten mindestens 100 Punkte vermessen worden sein.

3.4 Ergebnisse

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in *Abbildung 8* zusammengefaßt. Bei den Buchenzweigen zeigte schon die okulare Beurteilung, daß 2 der Äste die Ebene vollständiger erfüllen wie die anderen beiden Zweige. Dies scheint wohl nicht allein auf differierende Verzweigungsmuster zurückzuführen zu sein, sondern es wurden Ausschnitte größerer Äste kopiert, die Binnenbereiche enthielten, während die anderen beiden Digitalisierungsausschnitte eher an der Zweigperipherie lokalisiert waren. Die berechneten Dimensionswerte unterscheiden sich also nicht nur in Abhängigkeit von den zu Verfügung stehenden Lichtwerten, sondern auch je nach untersuchtem Astausschnitt: Für die Bereiche am Astrand ergeben sich kleinere Werte, d.h. die Fläche wird schlechter erfüllt, der Baum ist dabei Raum zu erobern. Im inneren der Fläche werden dann Gebiete auftreten, die vollständig eingenommen werden, also größeren Dimension zugewiesen bekommen. Daran anschließend kann dann eine Zone mit wieder abfallenden Werten vorhanden sein, wenn alters- oder schattenbedingte Entnadelung auftritt.

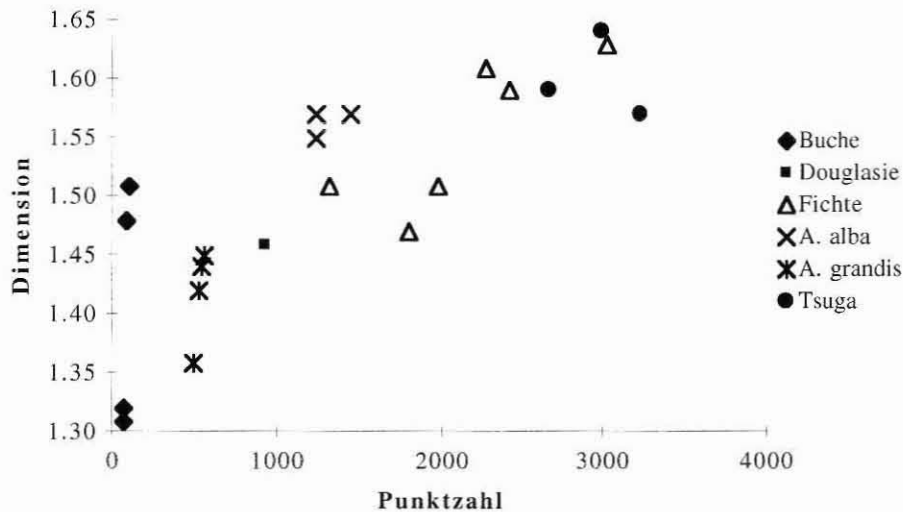


Abbildung 8: Box-Counting-Dimension der verschiedenen Schattenzweige in Abhängigkeit von der Blattanzahl

Gibt es Bereiche verschiedener Dimension in einem Punktfeld, so errechnet sich für „ideale“ Fraktale der Dimensionswert als Maximum aller enthaltenen lokalen Dimensionen. Dieser Effekt läßt sich, wie folgendes Beispiel zeigt, auch für reale Fraktale beobachten:

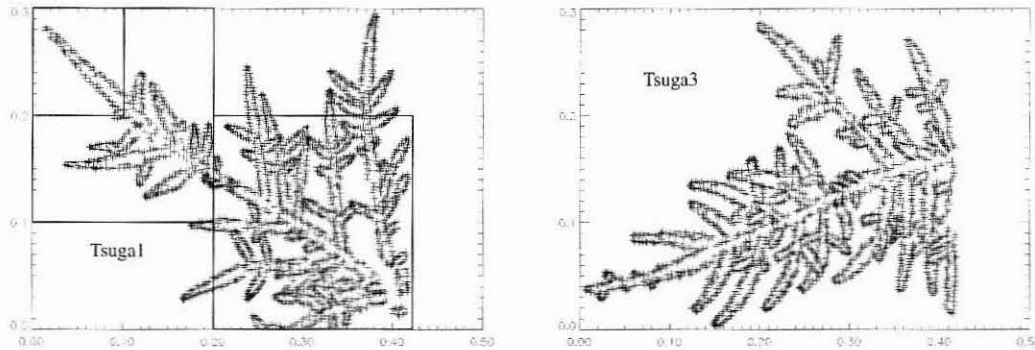


Abbildung 9: Zwei Schattenäste von *Tsuga heterophylla*: *Tsuga1* Dim=1.57 3219 Nadeln (Rechtecke umspannen untersuchte Teilbereiche); *Tsuga3* Dim=1.64 2980 Nadeln

Für *Tsuga1* wurde einem Binnenbereich ohne Zweigenden ($x > 0.2$, $y < 0.2$, also etwa 1/4 der Astfläche, siehe *Abbildung 9*) die Dimension 1.58 zugeordnet, während dieser Wert für den "ganzen" Astausschnitt 1.57 beträgt. Dagegen hat ein Bereich an der Zweigspitze ($x < 0.2$, $y > 0.1$) nur den Wert 1.47. Reduziert man schließlich den Ausschnitt auf einen einzelnen Trieb ($x < 0.1$, $y > 0.2$), ergibt sich 1.10.

Die Werte für *Tsuga heterophylla* und für heimische Tanne liegen je nahe beisammen. Auch die Äste wirkten für diese beiden Fälle jeweils ähnlich. Bei *Abies grandis* dagegen konnten wegen der Dichte der Benadelung nur Ausschnitte nahe an der Astperipherie gemessen werden, wobei es sich bei 2 Zweigen um Spitzen der Äste erster Ordnung handelt, während es sich bei den beiden anderen um Spitzen der Äste 2. Ordnung handelt, was sich auch in den Dimensionswerten schwach widerspiegelt. Die Zweige der Fichte (*Picea abies*) unterscheiden sich bereits bei flüchtiger Betrachtung wesentlich in ihrer Nadelanordnung. Unterschiede in den Dimensionswerten sind daher nicht überraschend. All diese Beispiele zeigen deutlich, daß je nach untersuchtem Astausschnitt eine nicht unerhebliche Abweichung der Ergebnisse zu erwarten ist.

In *Abbildung 8* zeichnet sich eine Zunahme der fraktalen Dimension mit der Anzahl der Blätter ab. Die einzelnen Baumarten lassen sich anhand der Dimensionswerte allein nicht immer trennen (Fichte, Küstentanne und Buche). Mag sein, daß kleinstandörtliche Unterschiede (Lichtangebot,...), genetische Differenzen oder dreidimensionale Strukturen im Fall der Fichte modifizierend wirken. Trotz alledem betragen die gefundenen Unterschiede bezogen auf den gesamten Probeast für eine Art nur maximal 0.2. Hier weitere Klärung herbeizuführen bedürfte einer Vergrößerung des Stichprobenumfangs ebenso wie diverser Lichtmessungen über mindestens eine Vegetationsperiode. Dieser Aufwand scheint nicht gerechtfertigt, wenn man bedenkt, daß sich diese Untersuchung nur mit ebenen Schattenästen beschäftigt. Um weitere Aussagen zu machen, ist es vielmehr unabdingbar auch dreidimensionale Blattanordnungen einzubeziehen. Dazu muß natürlich erst ein geeignetes Meßsystem gefunden werden. Man kann aber festhalten, daß einer Blattschwerpunktverteilungen sinnvoll eine fraktale Dimension zugeordnet werden kann und daß der ermittelte Dimensionswert selbst in Zweigen eines Individuums erheblich variiert. Der Strahlungshaushalt nimmt dabei neben internen Bauprinzipien Einfluß.

Neben CHEN 1994 nutzt z.B. auch ZEIDE 1991 fraktale Konzepte in der Forstwissenschaft. Er berechnet die Dimensionen von nordamerikanischen Baumarten zu 2.13 bis 2.76.

Im Hinblick auf das oben dargestellte Modell der Biomasseverteilung könnte die fraktale Dimension als Funktion der Lichtintensität und vielleicht der Stellung im Baum eine geeignete Validie-

rungsgröße darstellen: Die Dimension einer simulierten Blattverteilungen müßte dazu mit einer vor Ort gemessenen verglichen werden.

4 Literatur

- CHEN S., CEULEMANN R., IMPENS I. 1994 A fractal-based Populus canopy structure model for the calculation of light interception. Forest, Ecology and Management, 69, Elsevier Science B.V., S.97-110
- FALCONER K. 1993 Fraktale Geometrie. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 328 S, Engl. Originalausgabe 1990
- KRANIGK J. 1996 Ein Modell für den Strahlungstransport in Fichtenbeständen. Cuvillier, Göttingen, 1. Aufl. , 124 S. : Ill., graph. Darst. , zgl. Univ. Diss. 1995
- MYNENI R. B., ROSS J. 1991 Photon-vegetation interactions. Applications in optical remote sensing and plant ecology. Springer, Berlin u.a. , XVII, 565 S. : graph. Darst.
- PRETZSCH H. 1992 Konzeption und Konstruktion von Wuchsmodellen für Rein- und Mischbestände. Forstliche Forschungsberichte München Nr. 115, 358 S.
- STOYAN D., STOYAN H. 1992 Fraktale, Formen, Punktfelder. Akademie Verlag, Berlin, 334 S.
- ZEIDE B., PFEIFER P. 1991 A Method for Estimation of Fractal Dimension of Tree Crowns. Forestscience November 1991, S.1253-1265